

Wirbelextraktion in 4D PC-MRI Blutflussdaten der Aorta

Masterarbeit
im Studiengang Computervisualistik



Otto-von-Guericke Universität Magdeburg

Fakultät für Informatik

Institut für Simulation und Graphik

eingereicht von: Benjamin Köhler
Matrikelnummer: 182294
eMail: ben.koehler@web.de

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Bernhard Preim
Dipl.-Ing. Rocco Gasteiger

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Bernhard Preim
Prof. Dr.-Ing. Holger Theisel

eingereicht am: 23. Oktober 2012

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	IV
Tabellenverzeichnis	VI
1. Einleitung	1
1.1. Ziele der Arbeit	3
1.2. Klinische Bedeutung	3
2. Medizinische Grundlagen	5
2.1. Anatomie der Aorta	5
2.2. Erkrankungen der Aorta und Behandlungen	7
2.3. 4D PC-MRI	9
3. Vektorfelder	11
3.1. Mathematische Grundlagen	11
3.1.1. Definition	11
3.1.2. Interpolation	11
3.1.2.1. Trilineare Interpolation	12
3.1.2.2. Shepard-Methode	13
3.1.2.3. Radiale Basisfunktionen	13
3.1.3. Integration	15
3.1.3.1. Euler-Integration	15
3.1.3.2. Runge-Kutta-Integration	15
3.1.3.3. Adaptives Runge-Kutta-4	17
3.1.4. Jacobi-Matrix	17
3.1.5. Curl	19
3.2. Visualisierungstechniken	19
3.2.1. Integrallinien	20
3.2.1.1. Berechnung	20
3.2.1.2. 3D-Techniken	21
3.2.1.3. 4D-Techniken	22
3.3. Unsicherheitsbehandlung in gemessenen Daten	23
4. Wirbelextraktion	25
4.1. Definition	26
4.2. Mathematische Grundlagen	26
4.2.1. Lokale Methoden	27
4.2.1.1. Vorticity	27
4.2.1.2. Normalisierte Helicity	28
4.2.1.3. λ_2 - und Q-Kriterium	29

4.2.1.4.	Eigenvektor Methoden	30
4.2.1.5.	Torsion	31
4.2.2.	Globale Methoden	31
4.2.2.1.	Winding Angle Method	31
4.3.	Visualisierung	32
4.4.	Anwendung auf 4D PC-MRI Flussdaten der Aorta	33
4.5.	Line Predicates	35
5.	Automatische Wirbelextraktion in 4D PC-MRI Flussdaten der Aorta	39
5.1.	Framework	39
5.1.1.	Entwicklungsumgebung	39
5.1.2.	Implementierung	40
5.1.2.1.	Klassen	40
5.1.2.2.	Visualisierung	41
5.2.	Erweiterte Line Predicates	42
5.2.1.	Notation	43
5.2.2.	Vektorfeld-Prädikate	44
5.2.3.	Geometrie-Prädikate	44
5.2.3.1.	Swirlcity	45
5.2.4.	Mesh-Prädikate	46
5.2.4.1.	Gefäßdistanz	46
5.2.5.	Bündel-Prädikate	47
5.2.5.1.	Dichte	48
5.2.6.	Meta-Prädikate	48
5.2.6.1.	Summenprädikat	48
5.2.6.2.	Durchschnittsprädikat	49
5.2.6.3.	Glättungsprädikat	49
5.2.6.4.	Laplace-Prädikat	49
5.3.	Extraktionsverfahren	50
5.3.1.	Initialisierung	51
5.3.2.	Wirbelextraktion	51
5.3.3.	Wirbel-Verfeinerung	52
5.3.4.	Rauschfilterung	52
5.4.	Klassifizierung	53
5.4.1.	Clustering	54
6.	Ergebnisse und Diskussion	57
6.1.	Datensätze	57
6.2.	Testrechner	59
6.3.	Eignung der Wirbel-Prädikate	59
6.3.1.	Bewertung	60
6.3.1.1.	Vorticity	61
6.3.1.2.	Torsion	63
6.3.1.3.	Normalisierte Helicity	64

6.3.1.4. λ_2 - und Q -Kriterium	66
6.3.1.5. Reduzierte Geschwindigkeit und Cores of Swirling Particle Motion	67
6.3.1.6. Swirlicity	70
6.3.2. Zusammenfassung	71
6.4. Automatische Extraktion und Klassifizierung	71
6.4.1. Prädikatfolge	71
6.4.2. <i>Clustering</i>	76
6.4.3. Klassifizierung	79
6.4.4. Anwendungsbeispiele	81
6.4.5. Feedback von Experten	88
7. Zusammenfassung und Ausblick	89
Selbstständigkeitserklärung	92
Literaturverzeichnis	93

Abbildungsverzeichnis

2.1.	Lage der Aorta	5
2.2.	Aufbau der Aorta	6
2.3.	Pathologien der Aorta und zugehörige Behandlungen	7
2.4.	Bilddaten bei 4D PC-MRI Aufnahmen	9
2.5.	Vorverarbeitung von 4D PC-MRI Bilddaten mittels <i>Eddy Current Correction</i> und <i>Phase Unwrapping</i>	10
3.1.	Schematische Darstellung der trilinearen Interpolation	12
3.2.	Vergleich von <i>Shepard</i> -Interpolation und radialen Basisfunktionen (RBF) mit <i>Thin Plate Splines</i> als Norm	14
3.3.	Schematische Darstellung der <i>Euler</i> -Integration	15
3.4.	Schematische Darstellung der <i>Runge-Kutta-2</i> -, <i>-3</i> - und <i>-4</i> -Integration	15
3.5.	Vergleich der Genauigkeit von <i>Euler</i> - und <i>Runge-Kutta</i> -Integration	16
3.6.	Ergebnisse einer <i>Line Integral Convolution</i>	19
3.7.	Strom- und Pfadlinien im <i>Space-Time-Diagram</i>	20
3.8.	Visualisierung von Stromlinien: <i>Illuminated Streamlines</i> und <i>Halos</i>	21
3.9.	Visualisierung von Pfadlinien: Linienstücke für die Animation	22
3.10.	Visualisierung von Pfadlinien: Partikel für die Animation	23
3.11.	Probabilistische Integration von Stromlinien und <i>Uncertainty Maps</i>	24
4.1.	Ergebnisse von linien- und regionenbasierten Wirbelextraktionsverfahren	25
4.2.	Geschwindigkeits- und <i>Vorticity</i> -Profil einer Messebene in einem geraden Rohr	27
4.3.	Extraktion der Wirbelkernlinie mittels normalisierter <i>Helicity</i>	28
4.4.	(Hybride) Visualisierungen extrahierter Verwirbelungen	32
4.5.	Falsch-Positiv-Rate bei der Wirbelextraktion in 4D PC-MRI Blutflussdaten der Aorta	33
4.6.	Helikale Verwirbelungen, <i>nested helical flow</i> und <i>eccentric systolic flow jets</i>	34
4.7.	Vortikale, helikale und chaotische Flussmuster	35
4.8.	Anwendung eines Längenprädikats zur Filterung von Linien	36
4.9.	Anwendung von <i>Line Predicates</i> zur Extraktion von Verwirbelungen	38
5.1.	Visualisierung der Gefäßoberfläche mittels <i>Ghosted Viewing</i>	41
5.2.	Skalierung der Partikellänge nach ihrer Geschwindigkeit	44
5.3.	Erklärung zum <i>Swirlicity</i> -Verfahren	45
5.4.	Projektion eines Partikels auf den nächsten Punkt der Gefäßoberfläche	46
5.5.	Tiefenwahrnehmung von Partikeln	47
5.6.	Skalierung der Partikelgröße nach ihrer Dichte	48
5.7.	Schematische Darstellung der Zerstückelung von Pfadlinien bei Anwendung eines Wirbel-Prädikats	51

5.8. Anwendung von DBSCAN auf eine 2D Punktmenge	55
5.9. Anwendung von DBSCAN auf eine Menge von Pfadlinien-Punkten	56
6.1. Schematischer Ablaufplan der Evaluierung	57
6.2. Gefäßoberflächen der verwendeten Datensätze	58
6.3. Übersicht einer Wirbelextraktion mit verschiedenen Wirbel-Prädikaten . .	60
6.4. Falsch-Positiv-Rate bei Filterung mittels <i>Vorticity</i>	61
6.5. Variierende <i>Vorticity</i> -Werte entlang des Wirbelkerns	62
6.6. Hervorhebung der Wirbelform durch die <i>Vorticity</i>	62
6.7. Zerstückelung der Pfadlinien durch die Filterung mittels <i>Torsion</i>	63
6.8. Extraktion von helikalen Strukturen mittels <i>Torsion</i>	64
6.9. Ähnlichkeit von normalisierter <i>Helicity</i> und <i>Torsion</i>	65
6.10. Schmal wirkende Wirbel bei der Extraktion mittels normalisierter <i>Helicity</i>	65
6.11. Gleichgute Ergebnisse des λ_2 - und des Q -Kriteriums	66
6.12. Robustheit des λ_2 - und des Q -Kriteriums	67
6.13. Zerstückelung der Pfadlinien durch Filterung mittels <i>reduzierter</i> <i>Geschwindigkeit</i>	68
6.14. Konstante <i>reduzierte Geschwindigkeit</i> entlang des Wirbelkerns	69
6.15. <i>Reduzierte Geschwindigkeit</i> im Vergleich mit <i>Cores of Swirling Particle</i> <i>Motion</i>	69
6.16. Ergebnisse der <i>Swirlicity</i>	70
6.17. Ergebnisse von extrahierten Wirbeln für verschiedene Prädikatfolgen auf dem Datensatz <i>Aortenektasie_04_2012</i>	72
6.18. Ergebnisse von extrahierten Wirbeln für verschiedene Prädikatfolgen auf dem Datensatz <i>ISTA_06_2012</i>	74
6.19. Vergleich der Nachbearbeitung durch Filterung mittels Biegeenergie und Länge	75
6.20. Einfluss der Anzahl von integrierten Pfadlinien auf das <i>Clustering</i> -Ergebnis	76
6.21. Winkel der Wirbelkernrichtungen als zusätzliches Kriterium für das <i>Clustering</i>	78
6.22. Beispiele für extrahierte Wirbel	79
6.23. Auftrennung von Wirbeln in helikalen und vortikalen Anteil	80
6.24. Ergebnisse für den Datensatz <i>2_2012_Fallot</i>	81
6.25. Vergleich von manueller Exploration und automatischer Extraktion	82
6.26. Zeitlich und räumlich nahe beieinander liegende Verwirbelungen	83
6.27. Besseres <i>Clustering</i> -Ergebnis nach manueller Nachbearbeitung	84
6.28. Physiologische rechtsdrehende Helix in Probandendatensätzen	85
6.29. Übersicht der extrahierten Wirbel in allen Datensätzen	87

Tabellenverzeichnis

6.1. Tabellarische Übersicht der verwendeten 4D PC-MRI Datensätze	58
6.2. Zusammengefasste Beobachtungen über die Standardmethoden zur Wirbelextraktion	71
6.3. Statistiken zur Wirbelextraktion durch verschiedene Prädikatfolgen	73
6.4. Statistiken zum Einfluss der Anzahl von integrierten Pfadlinien auf das <i>Clustering</i> -Ergebnis	77
6.5. Statistiken zur Klassifizierung in Helix und Vortex	80
6.6. Statistiken zur Extraktion aller Verwirbelungen in den vorhandenen Datensätzen	85

1. Einleitung

Blut ist eines der am längsten bekannten Bestandteile des Körperinneren und war schon in Mythologien antiker Kulturen zu finden, lange bevor man seine physiologische Bedeutung verstanden hatte. Es wird häufig als Sinnbild für das Leben verwendet.

Der menschliche Körper enthält durchschnittlich 70 bis 80ml Blut pro Kilogramm Körpergewicht, was bei 80kg Körpergewicht etwa sechs Litern Blut entspricht. Dass Blut „*ein ganz besonderer Saft*“ ist, schreibt schon Johann Wolfgang von Goethe in seinem Werk Faust I. Es hat eine Vielzahl verschiedener Funktionen. Es dient zum Transport von beispielsweise Nährstoffen oder Hormonen und zum Abtransport von Stoffwechselendprodukten wie Harnstoff. Weiterhin reguliert es den Elektrolythaushalt, die Körpertemperatur und den pH-Wert des Körpers. Es transportiert eingeatmeten Sauerstoff zu den Zellen und nimmt Kohlenstoffdioxid wieder mit zurück. Blut besitzt außerdem die Fähigkeit zu gerinnen und somit Verletzungen zu verschließen. Als Teil des Immunsystems trägt es zur Abwehr gegen Fremdkörper bei.

Das Blut fließt in einem komplexen Kreislaufsystem von Gefäßen. Das zentrale Element stellt hierbei das als Pumpe fungierende Herz dar. Diese Bedeutung des Herzens wurde vor etwa 400 Jahren von William Harvey entdeckt, zu seiner Zeit Leibarzt des englischen Königs Charles I. Je weiter sich die Gefäße vom Herzen entfernen, desto verzweigter werden sie. Zum Herzen führende Gefäße bezeichnet man dabei als Venen, vom Herzen wegführende als Arterien. Weitere medizinische Grundlagen werden in Kapitel 2 näher erläutert.

Phase Contrast Magnetic Resonance Imaging (PC-MRI) ist eine relativ junge Methode, um den Blutfluss in einem Patienten dreidimensional zu messen. Im Vergleich zum stationären, umgebenden Gewebe fallen die Phasenunterschiede in den Gefäßen mit fließendem Blut stärker aus. Diese Tatsache macht man sich zunutze, um den Blutfluss signalreich darzustellen. Vom 4D PC-MRI spricht man, wenn die Messungen zu verschiedenen Zeitpunkten ausgeführt werden, die in der Gesamtheit beispielsweise einen vollständigen Herzzyklus darstellen. Dieses Verfahren hat das Potential, die Diagnose und Therapie von kardiovaskulären Krankheiten signifikant zu verbessern [8]. Befinden sich im Patientenkörper beispielsweise ein Herzschrittmacher, Implantate mit Metallteilen, Stents oder sonstige eisenhaltige Fremdkörper, so ist eine Untersuchung mittels MRT ausgeschlossen, da die Metallteile durch das verwendete Magnetfeld stark erhitzt werden würden.

Eine Alternative zum direkten Messen der Daten stellt die Simulation der Strömung mittels *Computational Fluid Dynamics* (CFD) dar. Simulationsverfahren verwenden die Finite Elemente Methode zum Lösen. Damit ein Problem überhaupt lösbar wird, sind einige Randbedingungen wie beispielsweise Flussgeschwindigkeit an den Gefäßwänden als Initialisierung zu setzen. Nach bis zu mehreren Stunden Rechenzeit repräsentieren die resultierenden Vektorfelder dann den vermeintlichen Blutfluss. Inwiefern die Ergebnisse

die Realität abbilden, hängt stark vom Einzelfall ab und kann nicht pauschal beantwortet werden.

Gemessene Daten spiegeln die Realität des individuellen Patienten zwar besser wider, sind jedoch auch kein Goldstandard. Neben Rauschen und geringer Auflösung der Daten kommen andere Probleme wie die Bewegung des Herzens und generell des Patienten sowie die Einstellung des sogenannten VENC (*Velocity Encoding*) hinzu. Dieser gibt die maximal messbare Geschwindigkeit pro Richtung an.

Das Ergebnis einer Datenakquirierung mittels 4D PC-MRI ist ein zeitabhängiges Vektorfeld. Kapitel 3 beschreibt deren mathematische Grundlagen sowie gängige Visualisierungsmethoden.

In dieser Arbeit liegt der Fokus auf gemessenen 4D PC-MRI Datensätzen der Aorta. Diese bezeichnet die Hauptschlagader, die das Blut direkt aus der linken Herzkammer in den Blutkreislauf leitet. Quantitative Maße wie das Flussvolumen pro Zeiteinheit helfen bei der Beurteilung der Herzfunktion. Im Gegensatz dazu wird in qualitativen Analysen der Flussverlauf beurteilt und Strukturen wie Wirbel, die auf Pathologien hindeuten können, werden aufgespürt. Beispielsweise gilt ein Flussverlauf in Form einer rechtsgängigen Helix durch die gesamte Aorta als physiologisch, wohingegen zusätzliche, kleine Helices als ungewöhnlich gelten [24]. Rezirkulierende Blutwirbel werden häufig mit Aneurysmen in Verbindung gebracht.

Derartige Flussmuster können somit zur Beurteilung von Erkrankungen und zur Therapieplanung von Bedeutung sein [8, 21, 32]. Aktuelle Forschungsarbeiten [11] vermuten unter anderem einen Zusammenhang zwischen Verwirbelungen und dem Rupturrisiko von Aneurysmen, was wiederum das Risiko von Eingriffen erhöhen kann. Weitere mögliche Erkrankungen der Aorta sowie allgemein die klinische Bedeutung von Flussmessungen werden in Abschnitt 1.2 näher ausgeführt.

Die Extraktion von Verwirbelungen in Vektorfeldern ist eines der Standardprobleme in der Strömungslehre. Alle benötigten Grundlagen sowie einige Anwendungen auf 4D PC-MRI Daten werden in Kapitel 4 vermittelt.

Das hohe Maß an Analysezeit und Expertenwissen stellt eine große Herausforderung bei der Auswertung von 4D PC-MRI Datensätzen dar [8]. Es wurde bereits der Wunsch nach automatisierten und standardisierten Verfahren geäußert, damit 4D PC-MRI Bildgebungsverfahren einen sinnvolleren Einzug in den klinischen Alltag erleben können [54]. Ein solcher Ansatz zum Aufspüren von Verwirbelungen ist Fokus dieser Arbeit und wird in Kapitel 5 beschrieben. Der folgende Abschnitt 1.1 erläutert die konkreten Ziele im Detail.

Kapitel 6 beschreibt zunächst eine intensive Untersuchung der Eignung vieler Standardmethoden zur Wirbelextraktion im Kontext der Aorta. Mithilfe dieser Erkenntnisse wird die im vorherigen Kapitel 5 vorgestellte Methode zur automatischen Extraktion von Verwirbelungen näher spezifiziert. Das Verfahren ist in der Lage, nahezu alle Verwirbelungen in den verwendeten Datensätzen korrekt zu extrahieren und optisch ansprechende Ergebnisse zu liefern, die eine gute qualitative Analyse ermöglichen.

Die anschließende Unterscheidung der einzelnen Wirbel geschieht durch ein speziell angepasstes *Clustering*-Verfahren. Auf dieser Grundlage wird eine Charakterisierung der einzelnen Wirbel gemäß der Erwartungen von Experten vorgenommen. Die Berechnungsdauer beläuft sich im Durchschnitt auf wenige Minuten. Daher ist die Anwendung im Rahmen der klinischen Forschung denkbar.

1.1. Ziele der Arbeit

Im Gebiet der Strömungslehre ist die Extraktion von Wirbeln seit vielen Jahren ein Thema von hohem Interesse. Die Anwendung erfolgt dort typischerweise auf simulierte Datensätze mit verschiedenstem Kontext. Gemessene 4D PC-MRI Daten stellen jedoch besondere Anforderungen an die Robustheit solcher Extraktionsverfahren. Ein erstes Ziel ist es, Erfahrungen anderer Arbeiten mit den Standardverfahren im Kontext der Aorta [8, 40, 84] zu verifizieren und zu ergänzen.

Das wichtigste Ziel dieser Arbeit ist es jedoch, dem Wunsch nach einem automatischen Extraktionsverfahren für Verwirbelungen [54] nachzukommen und einen entsprechenden Ansatz zu entwickeln. Die gefundenen Wirbel sollen anschließend separiert werden, um mit einer Klassifikation fortzufahren. Dazu werden diese nach ihrer Orientierung in links- und rechtsdrehend und nach ihrer Helikalität in Helix und Vortex unterteilt.

Kapitel 5 beschreibt die zugrundeliegenden Ideen des Verfahrens und Kapitel 6 die erzielten Ergebnisse.

1.2. Klinische Bedeutung

Blutflussuntersuchungen können eine wichtige Rolle bei der Diagnose, Bewertung und Behandlung verschiedener Gefäßerkrankungen spielen. Beispielsweise bezeichnet das Marfan-Syndrom eine angeborene Störung der Bindegewebsbildung. Durch diesen Gendefekt ist die Elastizität der Aortenwand verringert und die Bildung von Aneurysmen wird begünstigt. Aneurysmen sind krankhafte Gefäßerweiterungen, welche im Falle einer Ruptur innere Blutungen verursachen, die im Bereich der Aorta in vielen Fällen zum Tod des Betroffenen führen [2, 81].

Es kann jedoch nicht nur zu Erweiterungen der Aorta kommen, sondern auch zum genauen Gegenteil. So ist unter anderem bei einer Aortenisthmusstenose (ISTA) der Bereich des Aortenbogens verengt. Weitere Erkrankungen und mögliche Behandlungen werden in Abschnitt 2.2 dargestellt.

Quantitative Maße in 4D PC-MRI Daten helfen, Erkrankungen zu erkennen und deren Schweregrad einzuschätzen. Beispielsweise lässt sich durch das Flussvolumen die Herzfunktion beurteilen. Schließt die Aortenklappe nicht korrekt, kommt es zum Rückfluss von Blut aus der Aorta in die linke Herzkammer während der Diastole. Leichtere Formen der Aortenklappeninsuffizienz werden vom Patienten nicht bemerkt, wohingegen es im fortgeschrittenen Stadium zu Atemnot kommt. Eine mögliche Therapie

ist der Einsatz einer künstlichen Herzklappe.

Aktuelle Forschungsarbeiten [11] bestätigen, dass die Charakteristik des Blutflusses eine wichtige Rolle für die Einschätzung von vaskulären Erkrankungen spielt. Diese direkte Verbindung zu komplexen Flussmustern wie Wirbelstrukturen bedeutet, dass mehr als die bisherigen, quantitativen Standardmaße von Interesse sind. Bisherige Maße sind unter anderem die Spitzen-, Durchschnitts- und Pulswellengeschwindigkeit, das Fluss- und Schlagvolumen sowie der *Wall-Shear-Stress* [58].

Da jede Behandlung ein gewisses Risiko birgt, ist eine korrekte Abschätzung der Situation von großem Interesse, um darauf basierend Entscheidungen über eine Vorgehensweise zu treffen, die den Patienten optimal versorgt und minimal belastet.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der automatischen Extraktion und Klassifizierung von Verwirbelungen in gemessenen 4D PC-MRI Blutflussdaten der Aorta. Die verwendete Methode stellt eine konsequente Erweiterung der *Line Predicates* von Salzbrunn et al. [73, 74, 75] und Born et al. [8] dar, welche einen guten Kompromiss zwischen lokalen und globalen Verfahren bilden. Standardmethoden der Wirbelextraktion wurden übertragen und neue Herangehensweisen erfolgreich eingeführt. Bereits vorhandene Arbeiten [40, 84] versuchen in vielen Fällen, Wirbelkerne durch direkte Anwendung der Standardmethoden zu berechnen. Diese produzieren aufgrund ihrer starken Lokalität oft unzureichende Ergebnisse. Hinzu kommt das Rauschen der gemessenen Daten, welches die Fehler noch verstärkt. Die Behauptung, dass das λ_2 -Kriterium am effektivsten und verlässlichsten ist [79], konnte auch für die Anwendung auf gemessene Datensätze der Aorta bestätigt werden.

Die in dieser Arbeit untersuchten Datensätze umfassen eine Vielzahl an Pathologien. Auf ihnen konnten ausführliche Erfahrungen gesammelt werden, die im Weiteren dazu verwendet wurden, einen geeigneten Prozessablauf zur automatischen Wirbelextraktion und -klassifizierung zu erstellen. Die Anwendung dieses Verfahrens auf die Datensätze hat gezeigt, dass die Extraktion beziehungsweise Filterung der Pfadlinien sehr zuverlässig funktioniert. Die entstehenden Pfadlinien können in einer Animation betrachtet werden und bieten bereits einen sehr guten qualitativen Eindruck über die jeweilige Situation des Patienten. Die anschließende Gruppierung durch das *Clustering* kann diesen Eindruck noch verbessern. Die Klassifikation der einzelnen Wirbel sollte lediglich als Hinweis betrachtet werden, da eine eindeutige Charakterisierung in manchen Fällen nicht ohne Weiteres möglich ist.

Die in dieser Arbeit eingeführte *Swirlicity* konnte bisher nicht überzeugen. Dafür besitzen die neu entworfenen Bündel-, Mesh- und Meta-Prädikatklassen sowie Laplace-Prädikate großes Potential für die Entwicklung neuer Verfahren. Einfache Anwendungen von Bündel-Prädikaten für die Visualisierung wurde in Form von Pseudo-Schatten für Partikel sowie deren Skalierung gezeigt.

Die Rücksprache mit verschiedenen Experten aus den Bereichen der Strömungsmechanik, biomedizinischen Magnetresonanz und der Radiologie ergab, dass insbesondere die Extraktion der Verwirbelungen als sehr hilfreich angesehen wird. Sie liefert erwartungskonforme Ergebnisse und stellt eine gute Grundlage für die weitere Untersuchung dar. Das vorgestellte Verfahren ist durch sinnvoll gewählte Standardparameter dazu in der Lage, ohne Interaktion des Benutzers abzulaufen. Daher wurde dem Wunsch nach vollautomatischen Verfahren [54] nachgekommen.

Die benötigte Gesamtrechenzeit beläuft sich im Durchschnitt auf wenige Minuten und ist linear abhängig von der Anzahl an Pfadlinien, die initial integriert und anschließend untersucht werden. Je mehr Verwirbelungen in einem Datensatz vorhanden sind,

desto weniger Pfadlinien können durch die Anwendung der Prädikate gefiltert werden und desto aufwändiger wird der *Clustering*-Prozess. Die Berechnungen laufen bisher vollständig auf der CPU ab. Da die Datensätze als regelmäßige Gitter vorliegen und sich die Integration der Pfadlinien sowie die Anwendung der Prädikate ideal parallelisieren lassen, besteht großes Potential, die Berechnungsdauer in zukünftigen Arbeiten mithilfe von *GPU Computing* stark reduzieren zu können.

Des Weiteren ist die Entwicklung eines Bündel-Prädikats denkbar, welches laminaren Fluss herausfiltert. Würde ein Datensatz vollständig mit Pfadlinien abgedeckt werden, gefolgt von einer Subtraktion aller wirbelnden und laminaren Pfadlinien, ist es möglich, dass andere markante Strukturen wie Gabelungen übrig bleiben, bei denen der Fluss sich aufspaltet, um beispielsweise an einem Hindernis vorbeizufließen. Eine mögliche Anwendung wäre die nähere Untersuchung des Blutflusses in der Umgebung von Plaques.

Das *Clustering*-Verfahren könnte möglicherweise eine höhere Robustheit erlangen, wenn linienbasierte Methoden [42, 43, 96, 98] zum Einsatz kommen. Diese Vorgehensweise ist häufig bei Ergebnissen des *Fiber Trackings* zu finden. Hier werden Nervenfasern anhand ihrer ähnlich verlaufenden Geometrie zu Bündeln gruppiert. Es bleibt zu überprüfen, inwiefern sich derartige Techniken für die Zusammenfassung von Verwirbelungen eignen, da sich die Geometrie zweier Pfadlinien, die um eine Wirbelkernlinie kreisen, durchaus weniger ähneln kann als die von Nervenfasern in einem Bündel.

Die Ergebnisse des *Clusterings* und der Klassifizierung könnten dazu verwendet werden, die Pfadlinien-Gruppen jeweils zu vereinfachen und somit leichter interpretierbar zu machen. Eine typische Vorgehensweise ist der Einsatz von Glyphen, die verschiedene Charakteristiken repräsentieren. Die Aussagekraft derartiger Darstellungen wäre zu untersuchen. Im Fall von Wirbeln kann in einigen Fällen allerdings nicht eindeutig durch eine binäre Entscheidung mithilfe eines Schwellenwertes entschieden werden, um welche Art von Verwirbelung es sich handelt. Ähnlich verhält es sich bei der Anwendung der Prädikate zur Extraktion der Wirbel. An dieser Stelle könnten *Fuzzy*-Ansätze verwendet werden, die lediglich Tendenzen beschreiben und somit auch Zwischenstufen charakterisieren können.

Strömungsexperten zeigen ein hohes Interesse an der Extraktion von Wirbelkernlinien. Die Biegeenergie als Laplace-Prädikat beschreibt eine Möglichkeit, um Pfadlinien herauszufiltern, die eine geringere Krümmung als die Pfadlinien in ihrer Umgebung haben. Das entspricht im Wesentlichen der Definition der Kernregion beziehungsweise des Wirbelkerns von Portela [64]. Auf diese Weise könnten demnach eine oder mehrere Pfadlinien bestimmt werden, die den Wirbelkern am besten repräsentieren. Die resultierende Frage ist, ob die herausgefilterten Pfadlinien den Erwartungen der Experten entsprechen. Da die 4D PC-MRI Messdaten verrauscht sind, wäre eine sehr große Anzahl an integrierten Pfadlinien notwendig, um gute Repräsentanten zu finden, was einer *Brute-Force*-Vorgehensweise ähnelt. Wünschenswert wäre die Sicherstellung der Existenz geeigneter Wirbelkern-Repräsentanten durch eine entsprechende Seeding-Strategie.

Für zukünftige Arbeiten wäre zudem die Anwendung des in dieser Arbeit vorgestellten Verfahrens auf einen anderen Kontext wie zum Beispiel zerebrale Aneurysmen

interessant, um weitere Erfahrungen zu sammeln und neue Erkenntnisse in Bezug auf die Robustheit zu gewinnen. Außerdem ist die Implementierung weiterer Extraktionsverfahren wie das *Delta-Kriterium* [13, 14, 93] und die *Swirling-Strength* [12, 99] sowie deren Anwendung mittels *Line Predicates* nicht ausgeschlossen.

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Masterarbeit selbstständig und nur unter Zuhilfenahme der angegebenen Quellen erstellt habe.

Magdeburg, den 23. Oktober 2012

Benjamin Köhler

Literaturverzeichnis

- [1] T. Akenine-Möller, E. Haines, and N. Hoffman. *Real-Time Rendering 3rd Edition*. A. K. Peters, Ltd., Natick, MA, USA, 2008.
- [2] No authors listed. Mortality results for randomised controlled trial of early elective surgery or ultrasonographic surveillance for small abdominal aortic aneurysms. The UK Small Aneurysm Trial Participants. *Lancet*, 352(9141):1649 – 55, 1998.
- [3] R. Bade, J. Haase, and B. Preim. Comparison of Fundamental Mesh Smoothing Algorithms for Medical Surface Models. In *Simulation und Visualisierung 2006 (SimVis 2006)*, pages 289 – 304, 2006.
- [4] D. C. Banks and B. A. Singer. A predictor-corrector technique for visualizing unsteady flow. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 1:151–163, 1995.
- [5] Å. Björck. *Numerical methods for least squares problems*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 1996.
- [6] J. F. Blinn. Models of light reflection for computer synthesized pictures. *SIGGRAPH Computer Graphics*, 11(2):192 – 198, 1977.
- [7] H. G. Bogren, M. H. Buonocore, and R. J. Valente. Four-dimensional magnetic resonance velocity mapping of blood flow patterns in the aorta in patients with atherosclerotic coronary artery disease compared to age-matched normal subjects. *Journal of Magnetic Resonance Imaging (JMRI)*, 19(4):417 – 27, 2004.
- [8] S. Born, M. Pfeifle, M. Markl, and G. Scheuermann. Visual 4D MRI blood flow analysis with line predicates. In *PacificVis*, pages 105 – 112, 2012.
- [9] B. Cabral and L. C. Leedom. Imaging vector fields using line integral convolution. In *Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH, pages 263 – 270, 1993.
- [10] J. R. Cebral, M. A. Castro, S. Appanaboyina, C. M. Putman, D. Millan, and A. F. Frangi. Efficient pipeline for image-based patient-specific analysis of cerebral aneurysm hemodynamics: technique and sensitivity. *IEEE Transactions on Medical Imaging (TMI)*, 24(4):457 – 467, 2005.
- [11] J. R. Cebral, F. Mut, J. Weir, and C. M. Putman. Association of hemodynamic characteristics and cerebral aneurysm rupture. *American Journal of Neuroradiology (AJNR)*, 32(2):264 – 70, 2011.
- [12] P. Chakraborty, S. Balachandar, and R. J. Adrian. On the relationships between local vortex identification schemes. *The Journal of Fluid Mechanics (JFM)*, 535:189 – 214, 2005.
- [13] M. S. Chong, A. E. Perry, and B. J. Cantwell. A General Classification of Three-Dimensional Flow Fields. *Physics of Fluids*, 2(5):765 – 777, 1990.

-
- [14] U. Dallmann. *Topological Structures of Three-dimensional Flow Separations*. DFVLR-AVA-Bericht. Institut für Theoretische Strömungsmechanik, Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e. V. Göttingen (Germany), 1983.
- [15] C. Díaz and L. A. Robles. Fast Noncontinuous Path Phase-Unwrapping Algorithm Based on Gradients and Mask. In *CIARP*, volume 3287 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 116 – 123, 2004.
- [16] J. R. Dormand and P. J. Prince. A family of embedded Runge-Kutta formulae. *Journal of Computational and Applied Mathematics (JCAM)*, 6:19 – 26, 1980.
- [17] J. Duchon. Splines minimizing rotation-invariant semi-norms in Sobolev spaces Constructive Theory of Functions of Several Variables. In *Constructive Theory of Functions of Several Variables*, volume 571 of *Lecture Notes in Mathematics*, chapter 7, pages 85 – 100. Springer Berlin / Heidelberg, 1977.
- [18] J. Eriksson, C. J. Carlhäll, P. Dyverfeldt, J. Engvall, A. F. Bolger, and T. Ebbers. Semi-automatic quantification of 4d left ventricular blood flow. *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance (JCMR)*, 12:9, 2010.
- [19] M. Ester, H.-P. Kriegel, J. Sander, and X. Xu. A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise. In *Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery (DMKD)*, volume 1, pages 226 – 231, 1996.
- [20] L. Euler and F. Engel. *Leonhardi Euleri institutiones calculi integralis*, volume 3 of *Leonhardi Euleri opera omnia. Series 1, Opera mathematica*. Teubner, 1914.
- [21] C. Francois, S. Srinivasan, M. Schiebler, S. Reeder, E. Niespodzany, B. Landgraf, O. Wieben, and A. Frydrychowicz. 4D cardiovascular magnetic resonance velocity mapping of alterations of right heart flow patterns and main pulmonary artery hemodynamics in tetralogy of Fallot. *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance (JCMR)*, 14(1):16, 2012.
- [22] E. Freeman, E. Freeman, B. Bates, and K. Sierra. *Head First Design Patterns*. O’Reilly & Associates, Inc., 2004.
- [23] O. Friman, A. Hennemuth, A. Harloff, J. Bock, M. Markl, and H.-O. Peitgen. Probabilistic 4D blood flow tracking and uncertainty estimation. *Medical Image Analysis (MIA)*, 15(5):720 – 728, 2011.
- [24] A. Frydrychowicz, C. J. Francois, and P. A. Turski. Four-dimensional phase contrast magnetic resonance angiography: Potential clinical applications. *European Journal of Radiology (EJR)*, 80(1):24 – 35, 2011.
- [25] R. Fuchs, R. Peikert, H. Hauser, F. Sadlo, and P. Muigg. Parallel Vectors Criteria for Unsteady Flow Vortices. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (TVCG)*, 14(3):615 – 626, 2008.
- [26] A. Fyrenius, L. Wigström, T. Ebbers, M. Karlsson, J. Engvall, and A. F. Bolger. Three dimensional flow in the human left atrium. *Heart*, 86(4):448 – 55, 2001.

- [27] E. Gamma, R. Helm, R. Johnson, and J. Vlissides. *Design Patterns – Elements of Reusable Object-Oriented Software*. Addison-Wesley Longman, Amsterdam, 1 edition, 1995. 37. Reprint (2009).
- [28] R. Gasteiger, M. Neugebauer, C. Kubisch, and B. Preim. Adapted Surface Visualization of Cerebral Aneurysms with Embedded Blood Flow Information. In *Proceedings of the Eurographics Workshop on Visual Computing for Biomedicine*, VCBM, pages 25 – 32, 2010.
- [29] J. Geiger, M. Markl, L. Herzer, D. Hirtler, F. Loeffelbein, B. Stiller, M. Langer, and R. Arnold. Aortic flow patterns in patients with Marfan syndrome assessed by flow-sensitive four-dimensional MRI. *Journal of Magnetic Resonance Imaging (JMRI)*, 35(3):594 – 600, 2011.
- [30] E. Heiberg, T. Ebbers, L. Wigström, and M. Karlsson. Three-Dimensional Flow Characterization Using Vector Pattern Matching. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (TVCG)*, 9:313 – 319, 2003.
- [31] A. Hennemuth, O. Friman, C. Schumann, J. Bock, J. Drexler, M. Huellebrand, M. Markl, and H.-O. Peitgen. Fast interactive exploration of 4D MRI flow data. *Proceedings of the SPIE*, 7964, 2011.
- [32] M. D. Hope, J. Wrenn, M. Sigovan, E. Foster, E. E. Tseng, and D. Saloner. Imaging Biomarkers of Aortic Disease - Increased Growth Rates With Eccentric Systolic Flow. *Journal of the American College of Cardiology (JACC)*, 60(4):356 – 357, 2012.
- [33] H. Hoppe. New quadric metric for simplifying meshes with appearance attributes. In *Proceedings of the 10th IEEE Visualization Conference*, pages 59 – 66, 1999.
- [34] J. Hunt. Vorticity and Vortex Dynamics in Complex Turbulent Flows. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering (TCSME)*, 11:21 – 35, 1987.
- [35] V. Interrante and C. Grosch. Strategies for effectively visualizing 3D flow with volume LIC. In *Proceedings of the 8th IEEE Visualization Conference on Visualization*, pages 421 – 424, 1997.
- [36] J. Jeong and F. Hussain. On the Identification of a Vortex. *Journal of Fluid Mechanics (JFM)*, 285:69 – 94, 1995.
- [37] M. Jiang, R. Machiraju, and D. Thompson. Geometric verification of swirling features in flow fields. In *Proceedings of the conference on Visualization, VIS*, pages 307 – 314, 2002.
- [38] M. Jiang, R. Machiraju, and D. Thompson. A novel approach to vortex core region detection. In *Proceedings of the symposium on Data Visualisation, VISSYM*, pages 217 – 225, 2002.
- [39] M. Jiang, R. Machiraju, and D. Thompson. Detection and visualization of vortices. In *The Visualization Handbook*, pages 295 – 309, 2005.
- [40] H. Khan. *Characterization of Flow Patterns in MRI Phase Contrast Data*. PhD

- Dissertation, 2011.
- [41] P. J. Kilner, G. Z. Yang, R. H. Mohiaddin, D. N. Firmin, and D. B. Longmore. Helical and retrograde secondary flow patterns in the aortic arch studied by three-directional magnetic resonance velocity mapping. *Circulation*, 88(5 Pt. 1):2235 – 47, 1993.
- [42] J. Klein, P. Bittihn, P. Ledochowitsch, H. K. Hahn, O. Konrad, J. Rexilius, and H.-O. Peitgen. Grid-based spectral fiber clustering. *Proceedings of the SPIE*, 6509:65091E–65091E–10, 2007.
- [43] J. Klein, H. Stuke, B. Stieltjes, O. Konrad, H. K. Hahn, and H.-O. Peitgen. Efficient fiber clustering using parameterized polynomials. *Proceedings of the SPIE*, 6918:69182X–69182X–9, 2008.
- [44] B. Köhler, M. Neugebauer, R. Gasteiger, G. Janiga, O. Speck, and B. Preim. Surface-Based Seeding for Blood Flow Exploration. In *Proceedings der Bildverarbeitung für die Medizin*, Informatik Aktuell, pages 81 – 86, 2012.
- [45] V. Kolar. Vortex identification: New requirements and limitations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28(4):638 – 652, 2007.
- [46] E. F. Krause. *Taxicab Geometry: An Adventure in Non-Euclidean Geometry*. Dover Publications, 1987.
- [47] J.-W. Lankhaar, M. B. M. Hofman, J. T. Marcus, J. J. M. Zwanenburg, T. J. C. Faes, and A. Vonk-Noordegraaf. Correction of phase offset errors in main pulmonary artery flow quantification. *Journal of Magnetic Resonance Imaging (JMRI)*, 22(1):73 – 79, 2005.
- [48] R. S. Laramée, H. Hauser, L. Zhao, and F. H. Post. Topology-Based Flow Visualization, The State of the Art. In *Topology-based Methods in Visualization (Proceedings of the Topology-based Methods in Visualization Conference 2005)*, Mathematics and Visualization, pages 1–19, 2007.
- [49] Y. Levy, D. Degani, and A. Seginer. Graphical Visualization of Vortical Flows by Means of Helicity. *The American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, 28:1347 – 1352, 1990.
- [50] S. P. Lloyd. Least Squares Quantization in PCM. *IEEE Transactions on Information Theory (TIT)*, 28:129 – 137, 1982.
- [51] W. E. Lorensen and H. E. Cline. Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm. *Computer Graphics*, 21(4):163 – 169, 1987.
- [52] H. J. Lugt. *Vortex flow in nature and technology*, volume 1. John Wiley & Sons, New York, USA, 1983.
- [53] J. B. MacQueen. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In *Proceedings of the 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, volume 1, pages 281 – 297, 1967.
- [54] M. Markl, P. J. Kilner, and T. Ebbers. Comprehensive 4D velocity mapping

- of the heart and great vessels by cardiovascular magnetic resonance. *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance (JCMR)*, 13:7, 2011.
- [55] O. Mattausch, T. Theußl, H. Hauser, and M. E. Gröller. Strategies for interactive exploration of 3D flow using evenly-spaced illuminated streamlines. In *Proceedings of the 19th spring conference on Computer graphics, SCCG*, pages 213 – 222, 2003.
- [56] S. Meyers and A. Alexandrescu. C++ and the Perils of Double-Checked Locking. *Dr. Dobb's Journal*, 2004.
- [57] H.-G. Pagendarm, B. Henne, and M. Rütten. Detecting vortical phenomena in vector data by medium-scale correlation. In *Proceedings of the conference on Visualization '99: celebrating ten years, VIS*, pages 409 – 412, 1999.
- [58] T. G. Papaioannou and C. Stefanadis. Vascular wall shear stress: basic principles and methods. *The Hellenic Journal of Cardiology (HJC)*, 46(1):9 – 15, 2004.
- [59] G. J. Parker and D. C. Alexander. Probabilistic Anatomical Connectivity Derived from the Microscopic Persistent Angular Structure of Cerebral Tissue. *Philosophical Transactions: Biological Sciences*, 360(1457):893 – 902, 2005.
- [60] G. J. Parker, H. A. Haroon, and W. C. A. Kingshott. A framework for a streamline-based probabilistic index of connectivity (PICO) using a structural interpretation of MRI diffusion measurements. *Journal of Magnetic Resonance Imaging (JMRI)*, 18(2):242 – 254, 2003.
- [61] K. Pearson. On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *Philosophical Magazine*, 2(6):559 – 572, 1901.
- [62] M. Perrin, C. Poupon, Y. Cointepas, B. Rieul, N. Golestani, C. Pallier, D. Rivière, A. Constantinesco, D. Le Bihan, J.-F. Mangin, and C. H. Strassbourg. Fiber tracking in Q-Ball fields using regularized particle trajectories. In *Proceedings of the Information Processing in Medical Imaging, IPMI*, pages 52 – 63, 2005.
- [63] B. T. Phong. Illumination for computer generated pictures. *Communications of the ACM*, 18(6):311 – 317, 1975.
- [64] L. M. Portela. *Identification and Characterization of Vortices in the Turbulent Boundary Layer*. PhD thesis, Stanford University, 1997.
- [65] F. H. Post, B. Vrolijk, H. Hauser, R. S. Laramée, and H. Doleisch. The State of the Art in Flow Visualisation: Feature Extraction and Tracking. *Computer Graphics Forum*, 4(22):775 – 792, 2003.
- [66] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing (Third Edition)*. Cambridge University, 2007.
- [67] S. K. Robinson. Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 23:601 – 639, 1991.
- [68] M. Roth. *Automatic Extraction of Vortex Core Lines and Other Line-Type Features for Scientific Visualization*. PhD Dissertation No. 13673, ETH Zürich, 2000.

- [69] M. Roth and R. Peikert. A higher-order method for finding vortex core lines. In *Proceedings of the conference on Visualization, VIS*, pages 143 – 150, 1998.
- [70] I. A. Sadarjoen and F. H. Post. Geometric Methods for Vortex Extraction. In *Joint EUROGRAPHICS - IEEE TVCG Symposium on Visualization, VisSym*, pages 53 – 62, 1999.
- [71] I. A. Sadarjoen and F. H. Post. Detection, quantification, and tracking of vortices using streamline geometry. *Computers & Graphics*, 24(3):333 – 341, 2000.
- [72] J. Sahner, T. Weinkauff, and H.-C. Hege. Galilean Invariant Extraction and Iconic Representation of Vortex Core Lines. In *Proceedings of EuroVis*, pages 151 – 160, 2005.
- [73] T. Salzbrunn. *Flow visualization and analysis based on integral line predicates*. PhD thesis, Universität Leipzig, 2008.
- [74] T. Salzbrunn, C. Garth, G. Scheuermann, and J. Meyer. Pathline predicates and unsteady flow structures. *The Visual Computer: International Journal of Computer Graphics (IJCG)*, 24(12):1039 – 1051, 2008.
- [75] T. Salzbrunn and G. Scheuermann. Streamline Predicates. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (TVCG)*, 12(6):1601 – 1612, 2006.
- [76] T. Salzbrunn, T. Wischgoll, H. Jänicke, and G. Scheuermann. The state of the art in flow visualization: Partition-based techniques. In *Proceedings of the Simulation and Visualization Conference, SimVis*, pages 75 – 92, 2008.
- [77] J. Sander. *Generalized Density-Based Clustering for Spatial Data Mining*. PhD thesis, München, 1999.
- [78] J. Sander, M. Ester, H.-P. Kriegel, and X. Xu. Density-Based Clustering in Spatial Databases: The Algorithm GDBSCAN and Its Applications. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2(2):169 – 194, 1998.
- [79] T. Schafhitzel, J. E. Vollrath, J. P. Gois, D. Weiskopf, A. Castelo, and T. Ertl. Topology-Preserving lambda2-based Vortex Core Line Detection for Flow Visualization. *Computer Graphics Forum*, 27(3):1023 – 1030, 2008.
- [80] M. Schwenke, A. Hennemuth, B. Fischer, and O. Friman. Blood Particle Trajectories in Phase-Contrast-MRI as Minimal Paths Computed with Anisotropic Fast Marching. In *Bildverarbeitung für die Medizin*, pages 289 – 293, 2011.
- [81] R. A. Scott, N. M. Wilson, H. A. Ashton, and D. N. Kay. Influence of screening on the incidence of ruptured abdominal aortic aneurysm: 5-year results of a randomized controlled study. *British Journal of Surgery (BJS)*, 82(8):1066 – 70, 1995.
- [82] J. A. Sethian. A Fast Marching Level Set Method for Monotonically Advancing Fronts. In *Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS)*, pages 1591 – 1595, 1995.
- [83] D. Shepard. A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data.

- In *Proceedings of the 23rd ACM national conference*, ACM, pages 517 – 524, 1968.
- [84] A. F. Stalder, A. Frydrychowicz, A. Harloff, Q. Yang, J. Bock, J. Hennig, K. C. Li, and M. Markl. Vortex core detection and visualization using 4D flow-sensitive MRI. In *Proceedings of the 18th Scientific Meeting*, 2010.
- [85] H. Steinhaus. Sur la division des corp materiels en parties. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences (BPAS)*, 1:801 – 804, 1956.
- [86] R. C. Strawn, D. Kenwright, and R. Haimes. Computer visualization of vortex wake systems. *The American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, 37:511 – 512, 1999.
- [87] D. Sujudi and R. Haimes. Identification Of Swirling Flow In 3-D Vector Fields. *Journal of Fluid Mechanics (JFM)*, 5:69 – 94, 1995.
- [88] G. Taubin, T. Zhang, and G. Golub. Optimal surface smoothing as filter design. In *Computer Vision - ECCV '96*, volume 1064 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 283 – 292. Springer Berlin / Heidelberg, 1996.
- [89] X. Tricoche, C. Garth, T. Bobach, G. Scheuermann, and M. Rütten. Accurate and Efficient Visualization of Flow Structures in a Delta Wing Simulation. In *Proceedings of 34th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, Portland, OR, USA, 2004. AIAA Paper 2004-2153.
- [90] A. van Gelder. Vortex Core Detection: Back to Basics. In *Proceedings of SPIE Conference on Visualization and Data Analysis*, 2012.
- [91] R. van Pelt, S. Jacobs, B. ter Haar Romeny, and A. Vilanova. Visualization of 4D Blood-Flow Fields by Spatiotemporal Hierarchical Clustering. *Computer Graphics Forum*, 31(3):1065 – 1074, 2012.
- [92] I. Viola and M. E. Gröller. Smart Visibility in Visualization. In *Proceedings of EG Workshop on Computational Aesthetics Computational Aesthetics in Graphics, Visualization and Imaging*, pages 209 – 216, 2005.
- [93] H. Vollmers, H. P. Kreplin, H. U. Meier, and Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e. V. Göttingen (Germany). *Separation and Vortical-Type Flow Around a Prolate Spheroid - Evaluation of Relevant Parameters*. Defense Technical Information Center, 1983.
- [94] T. Weinkauff, J. Sahner, H. Theisel, and H.-C. Hege. Cores of Swirling Particle Motion in Unsteady Flows. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (TVCG)*, 13(6):1759 – 1766, 2007.
- [95] J.-Z. Wu, A.-K. Xiong, and Y.-T. Yang. Axial Stretching and Vortex Definition. *Physics of Fluids*, 17(3):038108–1 – 038108–4, 2005.
- [96] H. Yu, C. Wang, C.-K. Shene, and J. H. Chen. Hierarchical Streamline Bundles. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (TVCG)*, 18(8):1353 – 1367, 2011.
- [97] F. Zhang, C. Goodlett, E. Hancock, and G. Gerig. Probabilistic fiber tracking

- using particle filtering and von Mises-Fisher sampling. In *Proceedings of the 6th international conference on Energy minimization methods in computer vision and pattern recognition*, EMMCVPR, pages 303 – 317, 2007.
- [98] S. Zhang and D. H. Laidlaw. DTI Fiber Clustering and Cross-subject Cluster Analysis. In *The International Society for Magnetic Resonance in Medicine (ISMRM)*, 2005.
- [99] J. Zhou, R. J. Adrian, S. Balachandar, and M. Kendall. Mechanisms for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow. *The Journal of Fluid Mechanics (JFM)*, 387:353 – 396, 1999.
- [100] M. Zöckler, D. Stalling, and H.-C. Hege. Interactive Visualization of 3D-Vector Fields Using Illuminated Streamlines. In *Proceedings of the 7th IEEE Conference on Visualization*, pages 107 – 113, 1996.