



OTTO VON GUERICKE  
UNIVERSITÄT  
MAGDEBURG



FAKULTÄT FÜR  
INFORMATIK

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

**Fakultät für Informatik**

Institut für Simulation und Graphik

Vergleich von Hüllgeometriealgorithmen  
angewandt auf zerebrale und kardiale  
Blutflussdaten

**Bachelor-Arbeit**

Autor:

Peer Kókai

Mat. Nr.: 199900

Betreuer:

Prof. Dr.-Ing. Bernhard Preim

Monique Meuschke, M.Sc.

Magdeburg, 12.08.2017

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abstract</b>	<b>2</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>3</b>
1.1 Motivation . . . . .	3
1.2 Ziele der Arbeit . . . . .	3
<b>2 Medizinischer Hintergrund</b>	<b>4</b>
2.1 Aneurysmen . . . . .	4
2.1.1 Ursachen . . . . .	4
2.1.2 Krankheitsfolgen . . . . .	4
2.1.3 Symptome zerebraler Aneurysmen . . . . .	5
2.1.4 Symptome Aortenaneurysmen . . . . .	5
2.1.5 Behandlung . . . . .	5
2.1.6 Form eines Aneurysma . . . . .	6
2.2 Hämodynamik . . . . .	7
2.3 Datengewinnung . . . . .	8
<b>3 Mathematische Grundlagen</b>	<b>9</b>
3.1 Cluster . . . . .	9
3.2 Hüllen . . . . .	9
3.2.1 Konvexe Hülle . . . . .	10
3.2.2 Quick Hull . . . . .	10
3.2.3 $\alpha$ -Shapes . . . . .	12
<b>4 Verwendete Werkzeuge</b>	<b>16</b>
<b>5 Kriterien</b>	<b>18</b>
5.1 Qualitative Kriterien . . . . .	18
5.2 Quantitative Kriterien . . . . .	18
<b>6 Auswertung</b>	<b>20</b>
6.1 Qualitative Auswertung . . . . .	20
6.2 Quantitative Auswertung . . . . .	29
<b>7 Ergebnis</b>	<b>34</b>
7.1 Zusammenfassung . . . . .	34
7.2 Auswertung . . . . .	34
7.3 Zukünftige Arbeiten . . . . .	35
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>36</b>
<b>Statement of Authorship / Selbstständigkeitserklärung</b>	<b>37</b>

# Abstract

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Ergebnisse von zwei Methoden zur Erstellung von Hüllgeometrien miteinander verglichen. Bei den Daten, von denen die Hüllgeometrien abgeleitet werden, handelt es sich um Blutflussdaten in Aneurysmen. Es werden kardiale Aneurysmen an der Aorta und zerebrale Aneurysmen im Gehirn unterschieden. Diese Strömungsdaten sind in Cluster unterteilt. Um diese Cluster werden Hüllgeometrien erstellt. Die Methoden, die für die Erstellung der Hüllen verwendet werden, sind Quick Hull und  $\alpha$ -Shapes. Auf Basis der mit beiden Methoden erstellten Hüllgeometrien wird ein Vergleich qualitativer und quantitativer Kriterien durchgeführt. Die qualitativen Kriterien bestehen dabei aus einer Untersuchung der Hülle nach dem Vorhandensein von Löchern oder Deformationen in der Hülle. Zudem wird festgestellt, ob alle Pfadlinien der Strömungsdaten von der Hülle erfasst werden. Quantitativ werden die Hüllen anhand ihrer Berechnungszeit und Dreiecksqualität bewertet. Zudem wird die Hausdorff-Distanz zwischen den mit beiden Methoden erstellten Hüllen betrachtet. Auf Basis dieser Kriterien wird letztendlich eine Bewertung der beiden Methoden durchgeführt.

# 1 Introduction

## 1.1 Motivation

Aneurysmen sind Erkrankungen der zerebralen und kardialen Gefäße. Die Erkrankung tritt in Form von Aussackungen der Gefäßwand auf, was zu einem erhöhten Rupturrisiko der Gefäßwand führt. Kommt es zu einer Ruptur, treten innere Blutungen auf, die in den meisten Fällen tödlich verlaufen. Um das Rupturrisiko einschätzen zu können und um über eine mögliche Behandlung zu entscheiden, wird der Blutfluss innerhalb des Aneurysmas untersucht. Dabei werden die ermittelten Blutflussdaten in Cluster eingeteilt. Um die Untersuchung der Cluster zu erleichtern, ist eine visuelle Darstellung dieser Cluster notwendig. Eine mögliche Darstellungsweise ist die Repräsentation der Cluster durch eine Hüllgeometrie um die Blutflussdaten des jeweiligen Clusters. Für die Generierung dieser Hüllen stehen mehrere Methoden zur Auswahl.

## 1.2 Ziele der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist es, die mit unterschiedlichen Methoden auf Basis von kardialen und zerebralen Daten erstellten Hüllgeometrien miteinander zu vergleichen. Dazu soll festgestellt, welche der Methoden bessere Ergebnisse anhand der gewählten quantitativen und qualitativen Kriterien für die Daten liefert. Auch ist von Interesse, ob eine der Methoden für kardiale bzw. für zerebrale Daten bessere Ergebnisse erzielt. Um diesen Vergleich zu ermöglichen, wurde ein Programm geschrieben, das die Blutflussdaten visuell darstellt und um die jeweiligen Cluster Hüllen in Abhängigkeit von der gewählten Methode erstellt.

# 2 Medizinischer Hintergrund

## 2.1 Aneurysmen

Aneurysmen sind Ausweitungen bzw. Aussackungen arterieller Gefäßwände. Definitionsgemäß muss der Durchmesser des Aneurysmas den des Gefäßes um den Faktor 1,5 übersteigen [PN10]. Aneurysmen werden folgendermaßen unterteilt [Neu14]:

1. Aneurysma Verum: Alle Wandschichten der Arterie (Intima, Media, Adventitia) bleiben in der Wand des Aneurysmas erhalten
2. Aneurysma Dissecans: Hierbei liegt eine Aufspaltung der Wandschichten des Blutgefäßes im Längsverlauf zwischen Intima und Media vor, wodurch Blut zwischen die Gefäßwandschichten fließt, was zu einer Aussackung führt. Die Außenwand des Aneurysma dissecans wird von der Media gebildet.
3. Aneurysma Spurium: Durch eine Verletzung der Gefäßwand tritt Blut aus und wird von dem umliegenden Bindegewebe zurückgehalten, wodurch ein Hämatom außerhalb der Gefäßwand entsteht.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich im Folgenden ausschließlich mit dem Aneurysma Verum.

### 2.1.1 Ursachen

Es sind verschiedene Faktoren bekannt die das Auftreten eines Aneurysmas begünstigen. Diese sind im Wesentlichen Atherosklerose, Bindegewebserkrankungen und erbliche Veranlagungen. Grundsätzlich erhöht sich das Risiko für die Bildung von Aneurysmen mit steigendem Alter [Neu14].

### 2.1.2 Krankheitsfolgen

Durch die Ruptur von Aneurysmen entstehen innere Blutungen. Da intrakranielle Aneurysmen in der Regel in den Hirnhäuten lokalisiert sind, kommt es im Falle einer Ruptur meist zu Subarachnoidalblutungen (SAB). Aufgrund des ausfließenden Blutes steigt der intrakranielle Druck mit Schädigung des Hirngewebes. Dies führt zu schweren neurologischen Ausfallserscheinungen. In den meisten Fällen endet die Ruptur eines intrakraniellen Aneurysmas tödlich. Neben intrakraniellen Aneurysmen finden sich häufig Aneurysmen der Aorta, die intrathorakal oder intraabdominal lokalisiert sind. Die Ruptur eines solchen Aneurysmas führt bei intraabdominalen Aneurysmen in 50 % der Fälle und bei intrathorakalen Aneurysmen in 75 % der Fälle zum Tod durch inneres Verbluten [Hub16].

### 2.1.3 Symptome zerebraler Aneurysmen

In der Regel sind zerebrale Aneurysmen symptomfrei und werden zufällig entdeckt, wenn aus anderen diagnostischen Gründen eine Magenresonanztomografie (MRT) oder Computertomografie (CT) durchgeführt werden. Abhängig von der Größe oder der Lage des Aneurysmas können im Gehirn liegende Nerven geschädigt werden. Häufig sind die für die Augenbewegungen verantwortlichen Nerven betroffen, was zu Bewegungsstörungen oder Lähmungen der Augenmuskeln führt. Auch können Doppeltsehen oder Migräne auftreten.

Kommt es zu einer Ruptur des Gefäßes, tritt eine SAB auf, zu deren Symptomen plötzliche starke Kopfschmerzen, Übelkeit gefolgt von Erbrechen, Bewusstseinsstörungen und Bewusstlosigkeit bis hin zum Koma gehören [Hub16].

### 2.1.4 Symptome Aortenaneurysmen

Bei Aortenaneurysmen unterscheiden sich die Symptome anhand der Lage des Aneurysmas entlang der Aorta. Im Bauchbereich spricht man von abdominalen Aneurysmen und im Brustbereich von thorakalen Aneurysmen. Abdominale Aneurysmen bleiben zunächst symptomfrei und verursachen erst Beschwerden, wenn sie eine gewisse Größe erreicht haben, sodass sie Druck auf das benachbarte Gewebe ausüben. Zu den dann auftretenden Symptomen gehören Bauchschmerzen oder Rückenschmerzen, die sich bis in die Beine ausweiten können. Bei einem thorakalen Aneurysma können die Symptome in Form von Schmerzen in der Brust, Husten oder Heiserkeit sowie Schluckstörungen bis hin zu Atemnot auftreten [Hub16]. Wird ein Durchmesser von 6 cm bei abdominalen Aneurysmen bzw. 5,5 cm bei thorakalen Aneurysmen erreicht, steigt die Gefahr einer Ruptur der Gefäßwand und eine Behandlung wird notwendig [DGG08].

### 2.1.5 Behandlung

Das Ziel bei der Behandlung von Aneurysmen ist es, das Aneurysma vom Blutstrom abzutrennen und den regulären Blutfluss wiederherzustellen. Die Behandlung von zerebralen Aneurysmen kann dabei auf zwei Weisen geschehen: Zum einem durch einen neurochirurgischen Clipping-Eingriff (üblich in den letzten Jahrzehnten), zum anderen durch ein endovaskuläres Coiling.

Im Fall eines Clipping-Eingriffs wird das Aneurysma mithilfe einer Metallklammer vom Blutkreislauf abgetrennt. Während dieses Eingriffes wird eine Öffnung im Schädel des Patienten geschaffen. Nachdem das Aneurysma auf diesem Weg lokalisiert und freigelegt wurde, wird ein Clip um den Hals des Aneurysmas gelegt, um dieses vom Blutkreislauf abzutrennen. Da beim Anbringen des Clips keine benachbarten Gefäße abgetrennt werden dürfen, um Durchblutungsausfälle zu vermeiden, können Gefäßanordnungen vorkommen, die einen Eingriff unmöglich machen. Dies ist auch der Fall bei einem zu großen Aneurysma-Hals oder falls das Aneurysma an einer vom Chirurgen nicht erreichbaren Position liegt [Gas14]. Da eine Operation für den Patienten weitaus gefährlicher ist und eine große Belastung darstellt, wird versucht, diese zu vermeiden und auf minimal invasive Methoden zurückzugreifen.

**Abbildung 2.1:** Links: Die Aussackung wird vom Chirurg durch eine Klammer vom Blutstrom abgeklemmt. Dies erfordert einen operativen Eingriff durch eine Öffnung in der Schädeldecke. Rechts: Über die Leistenarterie wird ein Katheter eingeführt, über den Platinspiralen in der Aussackung platziert werden, was zu einer Thrombusbildung führt und ein Bluteinströmen verhindert [Hei16].

Beim endovaskulären Coiling handelt es sich im Gegensatz zum Clipping um einen minimal-invasiven Eingriff. Während des Eingriffs werden komprimierte Platinspiralen (Guglielmi detachable coils) im Aneurysma platziert. Der Eingriff erfolgt dabei über einen Mikrokatheter, der durch eine kleine Öffnung in der Oberschenkelarterie eingeführt wird. Dadurch ist die Belastung sowie das Infektionsrisiko geringer im Vergleich zu einem neurochirurgischen Eingriff. Befindet sich der Mikrokatheter im Aneurysma, werden dort die Coils abgesetzt und beginnen sich zu entfalten, wodurch der Blutfluss in das Aneurysma verhindert eine Thrombusbildung ausgelöst wird [Gas14]. Damit ist das Risiko einer Ruptur des Aneurysmas stark gesenkt.

Bei der Behandlung von Aortenaneurysmen gibt es auch die Möglichkeit eines operativen Eingriffes sowie eines endovaskulären Vorgehens. Anstatt wie bei zerebralen Aneurysmen den Blutstrom durch Klammern vom Aneurysma abzutrennen, werden bei der Aorta die erweiterten Bereiche vom Chirurgen in einem operativen Eingriff durch entsprechende Rohr- bzw. Y-Prothesen ersetzt. Beim häufiger vorkommenden, nicht-invasiven Vorgehen wird über die Leistenarterie eine als Stent bezeichnete, kleine Röhre an die Stelle der Gefäßweiterung geschoben und an der Gefäßwand befestigt. Das Ziel dieser Röhre ist es, den Blutfluss zu leiten und somit den Druck auf der Gefäßwand zu verringern [Meu15].

## 2.1.6 Form eines Aneurysma

Bei der Form von Aneurysmen lassen sich zwei Formen unterscheiden: Die selten auftretenden fusiformen Aneurysmen und die sakkulären Aneurysmen. Bei einem fusiformen

Aneurysma ist der gesamte Durchmesser eines Gefäßes innerhalb eines Bereiches erweitert. Sakkuläre Aneurysmen weisen einen eindeutigeren Formverlauf auf. Sie lassen sich als eine kugelförmige Ausstülpung auf einer Seite des Gefäßes beschreiben [Neu14]. Außerdem lässt sich ein solches Aneurysma in zwei Bereiche unterteilen: Den Aneurysmahals und den Aneurysmadom. Der Aneurysmahals beschreibt dabei den Übergangskanal vom Gefäß zum Aneurysmadom, dieser Kanal kann je nach Aneurysma weiter oder enger sein. Der Aneurysmadom beschreibt den kugelförmigen Raum der Gefäßwandausdehnung. Diese Ausdehnung führt in der Regel zu einer dünneren Gefäßwand und somit zu einem erhöhten Rupturrisiko.

## 2.2 Hämodynamik

Hämodynamik beschreibt das Strömungsverhalten des Bluts im Blutkreislaufsystem. Die Strömung entsteht durch Druckdifferenzen, so fließt Blut aus Regionen mit hohem Druck in Regionen mit niedrigerem Druck. Der Blutdruck bezeichnet dabei die Kraft, die vom Blut auf die Gefäßwände ausgeübt wird und hängt vom Herzzeitvolumen und dem Gefäßwiderstand ab. Dieser Widerstand wird vom Durchmesser und der Länge des Gefäßes sowie der Viskosität des Blutes beeinflusst. Kontrahierte Gefäße bilden einen größeren Widerstand für den Blutstrom. Somit kann der Blutfluss durch Kontraktion der arteriellen Gefäße, die das Blut vom Herz zum Körper leiten und stark muskuläre Gefäßwände haben, gelenkt werden. Diese Steuerung ist aufgrund des begrenzten Blutvolumens notwendig [Meu15].

Aufgrund des komplexen Flussverhaltens innerhalb des Gefäßsystems kann es zu starken Krafteinwirkungen auf die Gefäßwände kommen, was die Bildung von Aneurysmen an entsprechenden Schwachstellen begünstigen kann. Der vom Gefäßinneren wirkende Druck kann hier die Ausbildung von Aussackungen der Gefäßwand in Form eines sakkulären Aneurysma Verum bewirken.

Bildet sich ein sakkuläres Aneurysma, entsteht ein vom Gefäßinneren abzweigender Blutfluss durch den Hohlraum des Aneurysmas. Das Blut tritt dabei durch den Hals des Aneurysmas ein und aus. Das Strömungsfeld im Hals des Aneurysmas wird als Einströmbereich bezeichnet. Das einströmende Blut trifft auf einen Wandbereich des Aneurysmadoms, der als Auftreffzone bezeichnet wird. Hier trifft der Blutstrom auf die Gefäßwand und geht dann in zirkuläre Ströme innerhalb des Aneurysmadoms über. Diese Strömungen können quantitativ und qualitativ beschrieben werden.

Zur quantitativen Beschreibung dienen die physikalischen Größen Druck und Geschwindigkeit, von denen weitere physikalische Beschreibungen des Strömungsverhaltens abgeleitet werden können, wie unter anderem die Wirbelstärke oder der Oszillationsschubindex [Neu14].

Qualitativ werden Anzahl und Ausprägung von Strömungsmustern und Strömungsabschnitten sowie deren räumliche Veränderung im Zeitverlauf beschrieben. Dieser Beschreibung dient die Darstellung der Strömungskomplexität und der Strömungsstabilität. An der Auftreffzone bilden sich zirkuläre Strömungen in Form von Wirbeln unterschiedlicher Komplexität. Blutflussdaten können durch verschiedene Verfahren erfasst werden [Neu14].

## 2.3 Datengewinnung

Blutflussdaten können sowohl anhand direkter bildgebender Verfahren, als auch durch computergestützte Simulation auf Basis von mathematischen Blutflussmodellen, erfasst werden. Ein direkt bildgebendes Verfahren ist die Magnetresonanztomographie (MRT), die Magnetfelder und Radiowellen zur Bildgebung verwendet. Das MRT benutzt dabei die durch Eigenrotation erzeugten Magnetfelder der Wasserstoffatomkerne, die im Körper vorhanden sind. Die Achsen werden dabei im Verlauf der Untersuchung durch ein starkes, für den Patienten ungefährliches Magnetfeld gleich ausgerichtet. Während des Vorgangs werden mit Hilfe von Radiowellen die Atomkerne neu ausgerichtet, wobei diese Signale abgeben. Diese Signale werden gemessen und vom Computer zu Bildern zusammengesetzt. Problematisch bei der Aufnahme von MRT-Bildern sind Artefakte wie Signalrauschen, die eine Nachbearbeitung notwendig machen. Um mithilfe des MRT an Blutflussdaten zu gelangen, wird das zeitaufgelöste Phasenkontrast-MRT (4D-PCMRT), das auf der MRT-Bildgebung basiert, verwendet. 4D-PCMRT erfasst dabei für die x-, y- und z-Dimension je ein Phasen- und Magnitude-Bild. Aus den Unterschieden der in den Bildern enthaltenen Flussrichtungen und Flussstärken, die über einen Herzzyklus aufgenommen wurden, lässt sich der Blutfluss rekonstruieren [Meu15][Neu14].

Bei der computergestützten Akquise von Blutflussdaten wird auf die computergestützte Strömungssimulation (Computational Fluid Dynamics – CFD) zurückgegriffen. Dafür wird eine 3D-Repräsentation des Aneurysmas aus etablierten Bildgebungsverfahren verwendet, anhand derer auf Basis von mathematischen Modellen der Blutfluss simuliert wird. Das CFD-Verfahren bietet den Vorteil, die Geometrie und die Strömungsparameter des Aneurysmas variieren zu können. Die dabei gewonnenen Strömungsinformationen enthalten im Unterschied zum MRT kein Signalrauschen, so dass Flussparameter ohne weitere Bearbeitungsschritte abgeleitet werden können. Grundvoraussetzung ist, dass das mathematische Modell die Realität ausreichend abbildet [Neu14].

# 3 Mathematische Grundlagen

## 3.1 Cluster

Das Ziel des Clusterings der Blutflussdaten ist es, zusammengehörige Gruppen von Strömungen zu erhalten. Solche Cluster können mit mehreren Methoden ermittelt werden. Die hier verwendeten Daten wurden mithilfe des Agglomerativen Hierarchischen Clusterings (AHC) ermittelt [MLKP16]. Bei diesem Verfahren wird zu Beginn jede Pfadlinie als ein eigenes Cluster aufgefasst. Fortlaufend werden diese Cluster rekursiv zusammengefügt. Dabei wird eine vorweg ermittelte „Unähnlichkeits-Matrix“ verwendet und eine gewählte Methode zur Bestimmung des Abstands zwischen den Clustern. Die Werte der Matrix setzen sich dabei aus dem Unterschied des durchschnittlichen Abstands eines Stromlinienpaars zur zentralen Stromlinie sowie dem Vergleich des räumlichen und zeitlichen Abstands, des Anfangs- und des Endpunkts der Stromlinienpaare, zusammen. Die am häufigsten verwendeten Methoden zur Bestimmung des Abstands sind:

- Single Linkage: Der minimale Abstand von allen Elementpaaren der Cluster wird für den Vergleich verwendet. Diese Methode ist gut geeignet, um längliche Cluster zu finden.
- Complete Linkage: Der maximale Abstand von allen Elementpaaren der Cluster wird für den Vergleich verwendet. Diese Methode ist gut geeignet, um kleine und eng zusammen liegende Cluster zu finden.
- Average Linkage: Der durchschnittliche Abstand zwischen allen Elementpaaren wird für den Vergleich verwendet. Diese Methode ist gut geeignet, um klar auseinanderliegende Cluster zu finden.

Basierend auf dem Ergebnis werden die beiden Cluster, die am nächsten zueinander liegen, zusammengefügt. Das Verfahren wird solange fortgeführt bis alle Cluster das Ähnlichkeitskriterium über- bzw. unterschreiten oder bis eine gewünschte Menge an Clustern erreicht wurde.

## 3.2 Hüllen

Um die Exploration der geclusterten Blutflussdaten zu erleichtern, bietet es sich an, die ermittelten Pfadlinien mit einer Hüllgeometrie zu umschließen. Die nächstliegende Methode ist dabei die Bildung einer konvexen Hülle um die Punktmenge der Pfadlinien. Ein anderer Ansatz ist das Erstellen einer nicht konvexen Hülle durch Alpha Shapes.

### 3.2.1 Konvexe Hülle

Um die konvexe Hülle definieren zu können, wird zuerst die Definition der konvexen Menge benötigt.

**Definition konvexen Menge.** *Eine Teilmenge  $S \subseteq \mathbb{R}^d$  ist eine konvexe Menge, wenn für jedes Paar von Punkten  $p, q \subseteq S$  das Liniensegment  $\overline{pq}$  vollständig in  $S$  enthalten ist.*

**Definition konvexen Hülle.** *Die konvexe Hülle  $CH(S)$  von  $S$  ist die kleinste konvexe Menge die  $S$  enthält.*

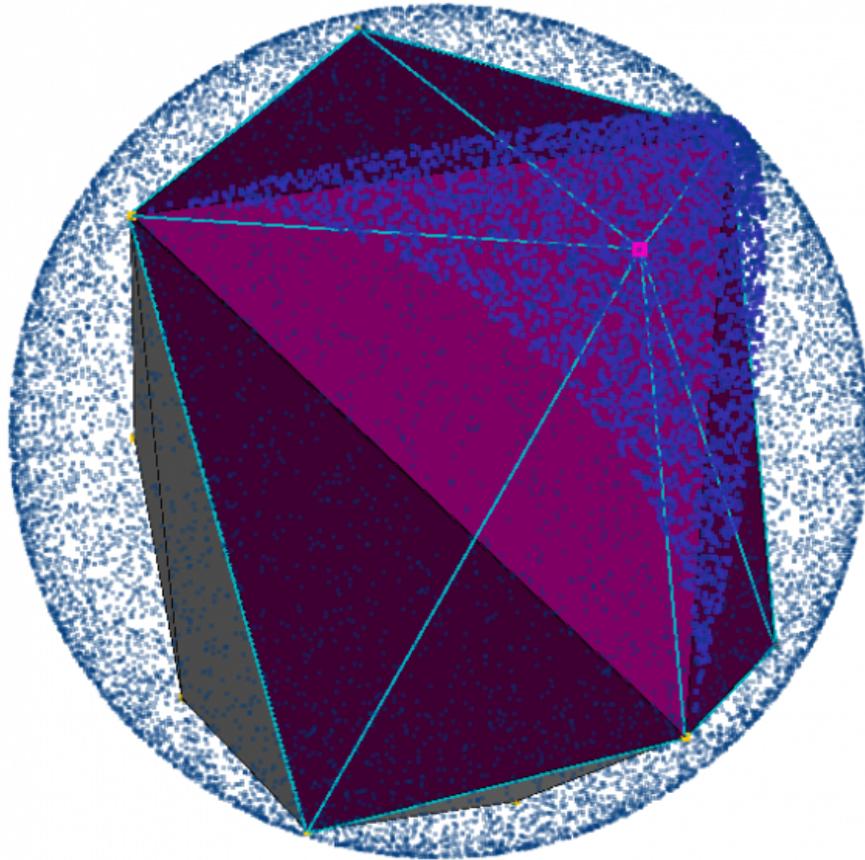
Dabei gibt  $\mathbb{R}^d$  die Anzahl der Dimensionen an. So ergibt die konvexe Hülle im  $\mathbb{R}^2$  ein Polygon, im  $\mathbb{R}^3$  ein Polyeder und im  $\mathbb{R}^n$  ein Polytop. Die innerhalb dieser Arbeit verwendeten konvexen Hüllen sind im  $\mathbb{R}^3$ . Wichtige Eigenschaften der konvexen Hülle, die bei deren Berechnung von Bedeutung sind, sind die folgenden:

- jeder Eckpunkt einer konvexen Hülle  $CH(S)$  ist eine Teilmenge der Punktmenge  $S$
- die Punkte mit den größten bzw. kleinsten x-, y- und z-Koordinaten sind Elemente der konvexen Hülle im  $\mathbb{R}^3$  (3D)
- mindestens 4 und maximal alle Punkte einer Punktmenge in allgemeiner Lage bilden die konvexe Hülle in 3D

Für diese Arbeit wurde der Quick Hull Algorithmus für die Berechnung konvexer Hüllen verwendet. Dessen Funktionsweise wird im Folgenden erläutert.

### 3.2.2 Quick Hull

Während der Initialisierung beginnt der Algorithmus mit einer Punktmenge in allgemeiner Lage (Es liegen keine vier benachbarten Punkte der Punktmenge auf einer Ebene und keine fünf benachbarten Punkte liegen auf einer Kugel [HE94]). Da in der Praxis selten eine allgemeine Lage vorkommt, gibt es Methoden um diese zu erzeugen [HE90]. Aus vier Punkten dieser Punktmenge wird ein Tetraeder gebildet. Die Auswahl der Punkte erfolgt anhand der Extrempunkte, also den Punkten mit den größten bzw. kleinsten x-,y- und z-Koordinaten. Aus diesen Punkten bilden die zwei Punkte mit dem größten Abstand die Basislinie des Basisdreiecks des Tetraeders. Als 3. Punkt des Basisdreiecks wird der Extrempunkt mit dem größten Abstand zur Basislinie gewählt. Um den letzten fehlenden Punkt des Tetraeders zu finden, wird der Punkt mit dem größten Abstand zum Basisdreieck in der gesamten Punktmenge gesucht und hinzugefügt. Das führt dazu, dass von der gesamten Punktmenge sich ein Teil innerhalb, ein anderer Teil außerhalb des Tetraeders befindet. Jeder Punkt außerhalb des Tetraeders liegt vor einer der Flächen des Tetraeders und wird dieser zugeordnet, so dass jede Fläche des Tetraeders eine eigene Punktmenge besitzt. Punkte, die innerhalb des Tetraeders liegen, gehören nicht zur konvexen Hülle und können somit ignoriert werden. Als letzter Schritt werden alle Flächen des Tetraeders auf einen Stack geschoben. Eine Ausnahme stellen die Flächen da, die eine leere Punktmenge haben. Diese sind bereits Teil der konvexen Hülle und erfordern keine weitere Verarbeitung.



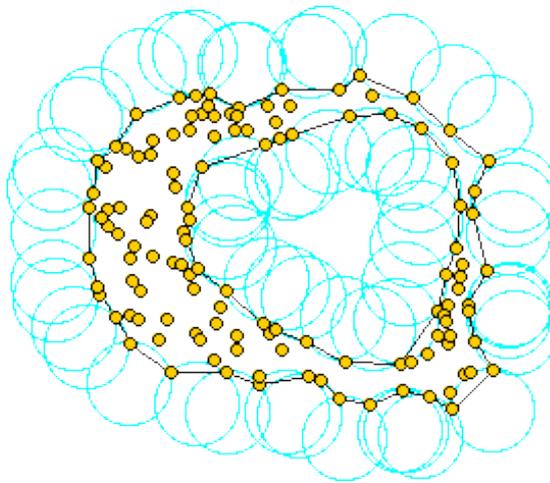
**Abbildung 3.1:** Eine Iteration des Algorithmus. Die hellblauen Punkte stellen die gegebene Punktmenge da. Das helle lila Dreieck ist die aktuelle Fläche und die benachbarten Dreiecke sind dunkel lila dargestellt. Die dunkelblauen Punkte stellen die zum aktuellen Dreieck gehörende Punktmenge dar. Die Kanten der neu entstehenden Dreiecke sind türkis eingefärbt [Die13].

Während der Iteration wird bei jedem Durchlauf eine Fläche vom Stack genommen und innerhalb der zur Fläche gehörenden Punktmenge nach dem am weitesten von der Fläche entfernten Punkt gesucht. Als nächstes werden alle von diesem entferntesten Punkt aus sichtbaren Flächen, die mit der aktuellen Fläche (die gerade vom Stack genommen wurde) benachbart sind, gesucht. Sind diese Flächen gefunden, bilden die äußeren Kanten eine konvexe Horizontlinie. Jedes Kantenelement dieses Horizonts bildet mit dem aktuellen Punkt eine neue Fläche, die zu dem aktuellen Gitter des Polyeders hinzugefügt wird. Weiterhin werden die übrigen Punkte der Punktmenge, die außerhalb des Polyeders liegen, den neuen Flächen zugeordnet. Die innerhalb des Polyeders liegenden Elemente können

im weiteren Verlauf ignoriert werden. Die neu erstellten Flächen werden nun ebenfalls auf den Stack geschoben, es sei denn, der Fläche wurden keine Punkte zugewiesen. Dieser Prozess wird so lange wiederholt, bis sich keine Flächen mehr im Stack befinden. Dies tritt ein, wenn keine Punkte mehr außerhalb des Polyeders liegen und somit eine konvexe Hüllgeometrie gebildet wurde [Die13][DPD96].

### 3.2.3 $\alpha$ -Shapes

Die  $\alpha$ -Shapes approximieren die Form einer Punktmenge. Sie sind eine mathematisch definierte Verallgemeinerung der konvexen Hüllen und sind ein Teilgraph der Delaunay-Triangulation über dieselbe Punktmenge. Bei einer gegebenen Punktmenge  $S$  können anhand eines  $\alpha$  Wertes verschieden detailreiche Formen von der Delaunay-Triangulation abgeleitet werden.



**Abbildung 3.2:** Darstellung der  $\alpha$ -Shapes Methode in 2D. Die Hülle wird dabei so gewählt, dass in dem über zwei Punkte gespannten Kreis kein weiterer Punkt der Punktmenge liegt.  $\alpha$  gibt dabei den Radius des Kreises vor [TKFD17].

Die folgende Erklärung basiert auf [Sun06][HE94]. Für die Ermittlung von  $\alpha$ -Shapes werden grundlegende Definitionen benötigt.

**Definition 1.** Für eine Menge an Punkten  $T$  der Größe  $|T|=k+1$ , ist die konvexe Hülle  $\text{conv}(T)$  ein  $k$ -simplex bezeichnet durch  $\sigma_T$ .  $k=|T|-1$  ist die Dimension von  $\sigma_T$ . Somit ist ein Punkt ein 0-simplex, eine Linie ein 1-simplex, ein Dreieck ein 2-simplex und ein Tetraeder ein 3-simplex.

**Definition 2.** Ein Simplicialkomplex  $C$  ist eine Sammlung von  $k$ -simplexen für die  $k \geq 0$  ist und die folgenden Eigenschaften erfüllen:

1. Für jeder Menge  $T' \subseteq T$ , wenn  $\sigma_T \in C$  dann ist auch  $\sigma_{T'} \in C$ . Dies bedeutet, dass für jedes simplex  $\sigma_T$  alle Flächen von  $\sigma_T$  in  $C$  enthalten sind.
2. wenn  $\sigma_T \in C$  und  $\sigma_{T'} \in C$ , dann ist entweder  $\sigma_T \cap \sigma_{T'} = \emptyset$  oder  $\sigma_T \cap \sigma_{T'} = \sigma_T \cap T' = \text{conv}(T \cap T')$ . Dies bedeutet, dass die Schnittmenge von zwei Simplexen entweder leer oder eine Fläche beider Simplexe ist.

Die Dimension von  $C$  ergibt sich aus der höchsten Dimension eines beliebigen Simplexes  $\sigma_T \in C$ . Wenn eine Teilmenge  $C \subseteq C'$  auch ein Simplicialkomplex ist handelt es sich um einen Subkomplex von  $C$ . Der unterliegende Raum von  $C$  ist der Zusammenschluss aller Simplexe von  $C$  und wird durch  $|C|$  gekennzeichnet. Dieser Raum wird auch als das Polytop von  $C$  bezeichnet.

**Definition 3.** Ein Simplex gilt als  $\alpha$ -exposed wenn alle Vertexe auf den Außenlinien einer Kugel mit dem Radius  $\alpha$  liegen. Für  $0 \leq k \leq 2$  existiert ein  $k$ -simplex  $\sigma_T$  mit  $T \subseteq S$  und der Größe von  $T = k+1$ .  $\sigma_T$  ist  $\alpha$ -exposed wenn eine  $\alpha$ -Kugel  $b$  existiert mit  $T = \partial b \cap S$ .  $\partial b$  ist dabei die äußere Hülle der  $\alpha$ -Kugel  $b$ .

**Definition 4.** Wenn  $F_{k,\alpha}$  alle  $\alpha$ -exposed  $k$ -simplexe für eine festen  $\alpha$  wert und einen  $k$  Wert in  $0 \leq k \leq 2$  darstellt, ist die  $\alpha$ -Shape  $S_\alpha$  das Polytop, dessen Hülle aus den Dreiecken in  $F_{2,\alpha}$  den Kanten in  $F_{1,\alpha}$  und den Vertexen aus  $F_{0,\alpha}$  besteht.

$\alpha$ -Shapes haben für unterschiedliche Werte von  $\alpha$  unterschiedliche Formen. Für die Ermittlung wird die Delaunay Triangulation zur Hilfe genommen, da die  $\alpha$ -Shapes für alle  $\alpha$  Werte in ihr enthalten sind.

Durch die Delaunay-Triangulation wird die konvexe Hülle der Punktmenge in Tetraeder unterteilt. Sie kann anhand der Menge an  $k$ -Simplexen mit  $0 \leq k \leq 3$ , bei der für jeden Simplex  $\sigma_T$  die  $k + 1$  Vertexe der Menge  $T \subseteq S$  in der Hülle einer Kugel liegen, definiert werden. Für jeden dieser Tetraeder gibt es einen  $\alpha$  Wert, der bewirkt, dass die Flächen, Kanten und Punkte des Tetraeders  $\alpha$ -exposed sind. Das führt zu dem Schluss, dass alle  $\alpha$ -Shapes für alle  $\alpha$  Werte innerhalb der Delaunay-Triangulation enthalten sind.

Formal ausgedrückt:

$$F_k = \cup F_{k,\alpha}, 0 \leq \alpha \leq \infty \quad (3.1)$$

Auf dieser Basis können nun die  $\alpha$ -Shapes bestimmt werden. Gegeben sei eine Delaunay-Triangulation  $D$  der Punktmenge  $S$ . Jeder  $k$ -Simplex  $\sigma_T$  in  $D$  definiert eine Kugel  $b_T$ , die von der kleinsten Kugel  $\partial b_T$ , die alle Punkte von  $T$  enthält, umschlossen wird. Sei  $\varrho_T$  der Radius von  $b_T$ . Für  $k = 3$  ist die Umkugel von  $\varrho_T$ , für " $k = 2$  ist  $\partial b_T$  der Umkreis von  $\varrho_T$  und der Großkreis von  $\partial b_T$ , für  $k = 1$  liegen die Punkte von  $T$  sich gegenüber auf  $\partial b_T$ . Sei  $\partial b_T$  der kleinste Umkreis und  $\varrho_T$  der Radius von  $\sigma_T$ . Für  $1 \leq k \leq 3$  und  $0 \leq \alpha \leq \infty$  wird  $G_{0,\alpha}$  definiert als die Menge an  $k$ -Simplexen  $\sigma_T \in D$  für die  $b_T$  leer ist und  $\varrho_T < \alpha$ . Weiterhin ist  $G_{0,\alpha} = S$  für alle  $\alpha$ . Die Mengen  $G_{k,\alpha}$  bilden nicht zwangsweise Simplicialkomplexe, da es vorkommen kann, dass  $G_{3,\alpha}$  Tetraeder enthält, dessen Dreiecke nicht komplett in  $G_{2,\alpha}$  enthalten sind. Dies verhält sich ähnlich bei Dreiecken sowie Kanten. Auf dieser Basis wird der  $\alpha$ -Komplex  $C_\alpha$  von  $S$  definiert.  $C_\alpha$  ist ein Simplicialkomplex, dessen  $k$ -Simplexe entweder in  $G_{k,\alpha}$  enthalten sind oder an  $(k + 1)$  Simplexe aus  $C_\alpha$  gebunden sind. Wenn ein Tetraeder zu dem  $\alpha$ -Komplex gehört, gehören somit auch dessen zugehörige Dreiecke, Kanten und Vertexe zum  $\alpha$ -Komplex. Es lässt sich für jeden Simplex  $\sigma_T \in D$  ein Intervall finden, so dass  $\sigma_T$  zur  $\alpha$ -Shape gehört, wenn  $\alpha$  in diesem Intervall liegt.  $\sigma_T$  ist  $\alpha$ -exposed für das Intervall  $(\varrho_T, \infty)$ , da  $\varrho_T$  der Radius des kleinsten Umkreises von  $\sigma_T$  ist. Dieses Intervall kann in drei disjunkte Intervalle unterteilt werden:

- interior: Ein Simplex  $\sigma_T$  des  $\alpha$ -komplexes ist nicht teil der  $\alpha$ -Shape

- regulär: Ein Simplex gehört zur  $\alpha$ -Shape und grenzt an einen Simplex höherer Dimension, der sich im  $\alpha$ -Komplex befindet
- singular: Ein Simplex gehört zur  $\alpha$ -Shape und grenzt nicht an einen Simplex höherer Dimension, der sich im  $\alpha$ -Komplex befindet.

Es existieren Kanten und Dreiecke in der Delaunay-Triangulation, die nie singular sind, da deren Umkugel andere Punkte von  $S$  enthält. Deshalb werden Simplexe  $\sigma_T \in D$  wie folgt bezeichnet:

- gebunden: Wenn  $|T| = 2, 3$ , und  $b_T \cap S \neq \emptyset$
- ungebunden: Wenn nicht gebunden

$\varrho_T$  ist der Radius des kleinsten Umkreises von  $\sigma_T$ . Um das Intervall  $(\sigma_T, \infty)$  so aufzuteilen, dass eine Einteilung in interior, regulär und singular möglich ist, werden die Werte  $\underline{\mu}_T$  und  $\overline{\mu}_T$  eingeführt. Weiterhin ist  $up(\sigma_T)$  die Menge aller Simplexe in  $D$ , die einen Simplex  $\sigma_T \in D$  mit  $|T| \leq 3$  als Fläche haben.

$$up(\sigma_T) = \{\sigma_{T'} \in D | T \subseteq T'\} \quad (3.2)$$

wenn  $\sigma_T$  ein Tetraeder ist, gilt

$$\underline{\mu}_T = \overline{\mu}_T = \varrho_T \quad (3.3)$$

Ansonsten ist

$$\underline{\mu}_T = \min\{\varrho_{T'} | \sigma_{T'} \in up(\sigma_T), \text{ungebunden}\} \quad (3.4)$$

und

$$\overline{\mu}_T = \max\{\varrho_{T'} | \sigma_{T'} \in up(\sigma_T)\} \quad (3.5)$$

Es reicht aus, nur die folgende Menge zu betrachten:

$$up_1(\sigma_T) = \{\sigma_{T'} \in up(\sigma_T) | |T'| = |T| + 1\} \quad (3.6)$$

Dies sind alle benachbarten Flächen von  $\sigma_T$ , dessen Dimension eins größer ist als  $\sigma_T$ , um die Werte für  $\underline{\mu}_T$  und  $\overline{\mu}_T$  abzuleiten:

$$\underline{\mu}_T = \min(\{\varrho_{T'} | \sigma_{T'} \in up_1(\sigma_T), \text{ungebunden}\} \cup \{\underline{\mu}_{T'} | \sigma_{T'} \in up_1(\sigma_T), \text{gebunden}\}) \quad (3.7)$$

und

$$\overline{\mu}_T = \max\{\overline{\mu}_{T'} \in \text{up}_1(\sigma_T)\} \quad (3.8)$$

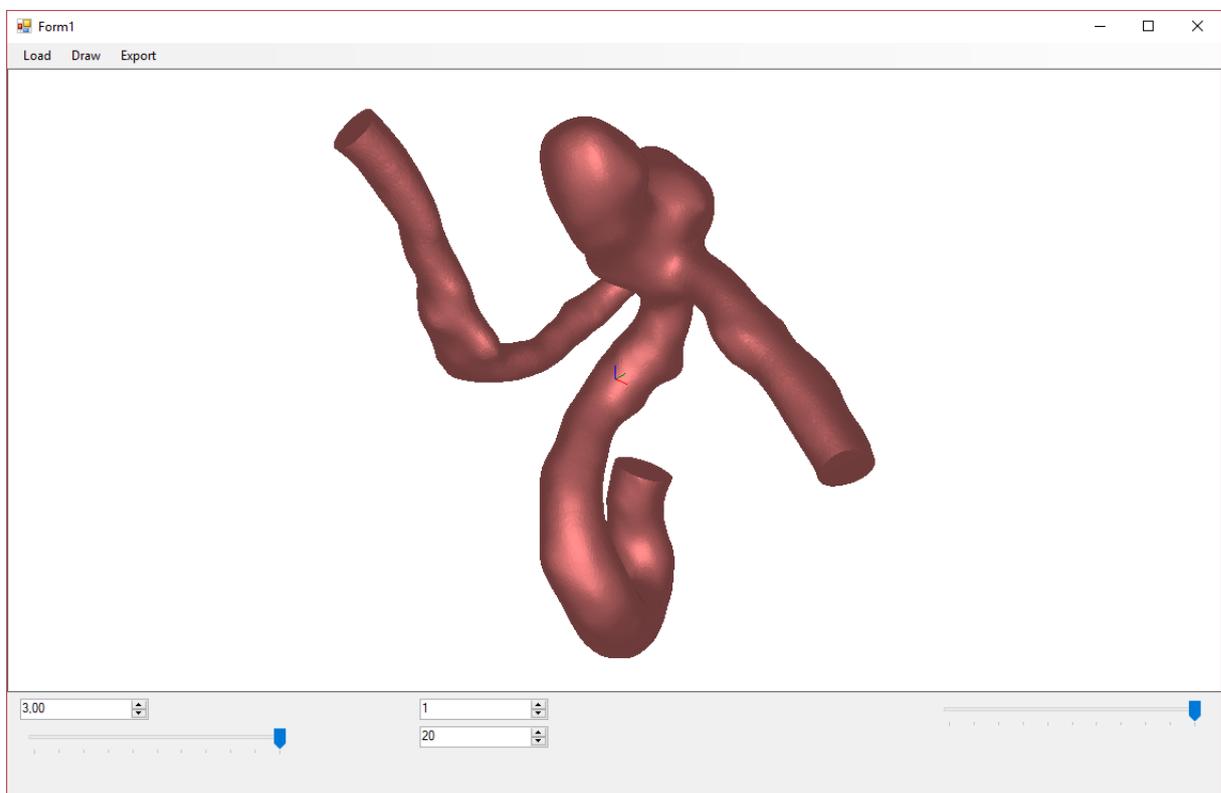
Damit lassen sich die in Tabelle 3.1 gezeigten Intervalle bilden. Mithilfe dieser Intervalle kann nun für einen gegebenen  $\alpha$  Wert die entsprechende  $\alpha$ -Shape gebildet werden.

**Tabelle 3.1:**  $\alpha$  Intervalle

$\sigma_T$ ist ...		singulär	regulär	interior
Tetraeder				$(\varrho_T, \infty]$
Kante oder Dreieck	nicht auf der konvexen Hülle, ungebunden	$(\varrho_T, \underline{\mu}_T)$	$(\underline{\mu}_T, \overline{\mu}_T)$	$(\overline{\mu}_T, \infty]$
	nicht auf der konvexen Hülle, gebunden		$(\underline{\mu}_T, \overline{\mu}_T)$	$(\overline{\mu}_T, \infty]$
	auf der konvexen Hülle, ungebunden	$(\varrho_T, \underline{\mu}_T)$	$(\underline{\mu}_T, \infty]$	
	auf der konvexen Hülle, gebunden		$(\underline{\mu}_T, \infty]$	
Vertex	nicht auf der konvexen Hülle	$[0, \underline{\mu}_T)$	$(\underline{\mu}_T, \overline{\mu}_T)$	$(\overline{\mu}_T, \infty]$
	auf der konvexen Hülle	$[0, \underline{\mu}_T)$	$(\underline{\mu}_T, \infty]$	

## 4 Verwendete Werkzeuge

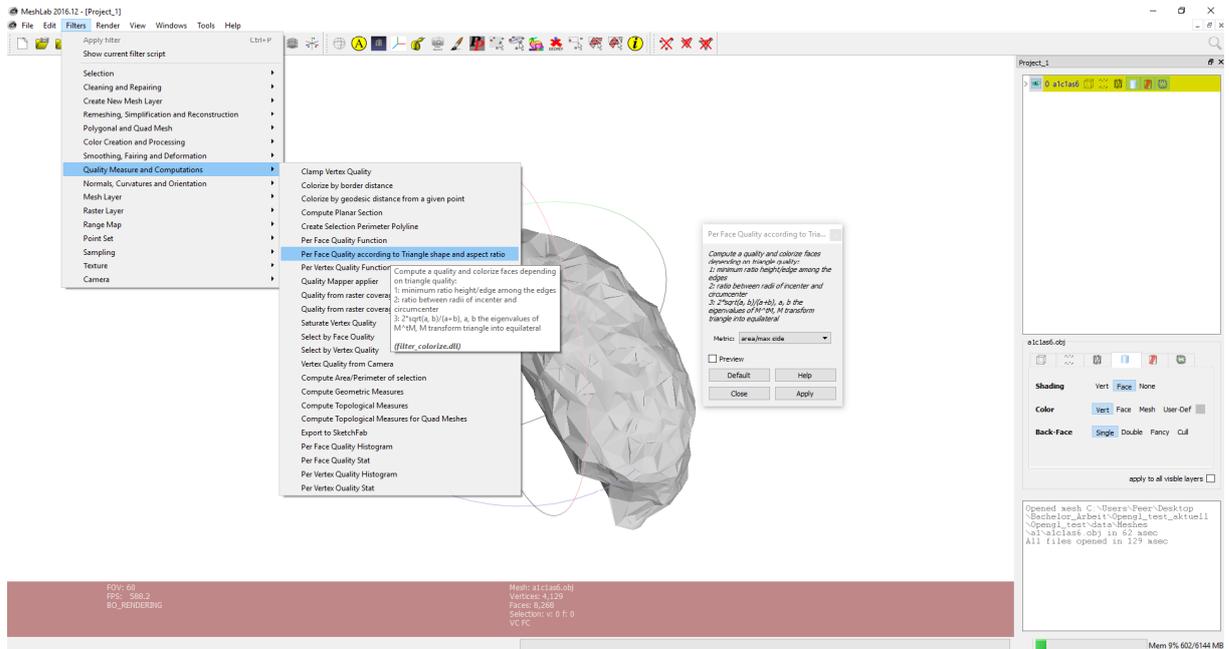
Für die Arbeit wurde ein Programm zur Exploration der Aneurysma-Geometrie sowie der geclusterten Strömungsdaten und der Generierung von Hüllgeometrien um die einzelnen Cluster der Strömungsdaten erstellt. Das Programm wurde in C# geschrieben unter der Zuhilfenahme von OpenGL und Matlab. Auf Basis von OpenGL wurde eine grafische Oberfläche geschaffen zum Anzeigen der Hüllgeometrien sowie der Pfadlinien und Gefäßgitter. Für die Implementierung der Algorithmen wurden die in Matlab vorhandenen Methoden verwendet und nach C# importiert.



**Abbildung 4.1:** Benutzeroberfläche des Programm, mit Anzeige eines gerenderten Gefäßgitters.

Das Programm bietet die Möglichkeit, Gitter in Form von .obj oder .vtp Dateien einzulesen und diese unter Zuhilfenahme eines separat gewählten Shaders zu zeichnen. Beim Einlesen der Daten für die Stromlinien wird zusätzlich eine Datei, die Informationen über die Cluster enthält, benötigt. Anhand dieser Datei werden die Stromlinien in Cluster eingeteilt und jedem Cluster wird eine Farbe zugewiesen. Sind die Daten eingelesen, kann im Programm über zwei Schranken, eine obere und eine untere, ein ausgewählter Bereich an Clustern angezeigt werden. Um ausgewählte Linien-Cluster können Hüllgeometrien entweder nach dem Quick Hull oder dem  $\alpha$ -Shapes-Verfahren erstellt werden. Sind die Hüllen

erstellt, kann in beiden Verfahren über einen Schieberegler die Hüllgeometrie verkleinert werden, in dem weit außerhalb liegende Punkte bei der Berechnung ignoriert werden. Der Ausschluss erfolgt darüber, dass Punkte unterhalb eines durch den Schieberegler gegebenen Prozentsatzes des maximalen Abstands vom Mittelwert der Punkte zu dem von diesem am weitesten entfernten Punkt nicht in die Berechnung mit einbezogen werden. Im Falle von  $\alpha$ -Shapes kann zudem der verwendete  $\alpha$ -Wert variiert werden. Darüber hinaus bietet das Programm die Möglichkeit, die erstellten Hüllen im obj-Format zu exportieren, um diese in externen Programmen weiter untersuchen zu können.



**Abbildung 4.2:** Anwendung der in Meshlab vorhanden Filter zu Ermittlung der Qualität der Dreiecke.

Neben dem erstellten Programm wurde noch Meshlab verwendet, um die Dreiecksqualität sowie die Hausdorff-Distanz der Hüllgeometrien zu ermitteln. Dazu wurden die im Programm mit Quick Hull und  $\alpha$ -Shapes erstellten Hüllen exportiert und mit den in Meshlab vorhandenen Filtern untersucht.

# 5 Kriterien

Um die in dieser Arbeit generiert Hüllen bewerten können, werden verschiedene Kriterien benötigt. Dabei kann zwischen quantitativen und qualitativen unterschieden werden.

## 5.1 Qualitative Kriterien

Qualitativ können die Hüllen nach Löchern untersucht werden. Dabei ist eine geschlossene Hülle besser zu bewerten, als eine, in der Löcher vorhanden sind. Auch kann untersucht werden, ob Flächenkonstrukte entstehen, die keine Hülle bilden. Weiterhin ist zu betrachten, wie sich die Hüllen auf das Gefäßgitter auswirken. So wäre es besser, wenn die Hüllen das Gefäßgitter nicht durchbrechen und vollständig innerhalb des Gefäßes liegen. Ein weiteres Kriterium ist zu untersuchen, wie dicht die Hülle die gegebenen Pfadlinien umschließt und ob alle Pfadlinien von der Hülle erfasst werden. Eine als gut zu bewertende Hülle würde dabei keine der Pfadlinien auslassen und die von den Pfadlinien gebildete Form wiedergeben.

## 5.2 Quantitative Kriterien

Eine quantitative Bewertung der Hüllen kann anhand der Qualität der Dreiecke erfolgen. Dabei sind Hüllen mit vielen spitz zulaufenden Dreiecken als negativ zu bewerten. Gewünscht sind Dreiecke, deren Winkel annähernd gleich sind. Um diese Bewertung durchzuführen, wurde für die erstellten Hüllen in Meshlab die durchschnittliche Qualität der Dreiecke ermittelt und verglichen. Bei der Bewertung hat dabei eine Hülle mit höherem Wert (zwischen 0 und 1) auch eine bessere Qualität.

Zudem kann die Berechnungszeit der Methoden verglichen werden. Dafür wurden die Zeiten gemessen, die von den beiden Methoden benötigt wurden, um eine oder mehrere Hüllen zu berechnen. Dabei ist die Methode als besser zu bewerten, die die Hüllen in kürzerer Zeit erstellt.

Zusätzlich kann die Hausdorff-Distanz zwischen den Ergebnissen der Methoden berechnet werden. Die Distanz ist definiert als:

$$\delta(A, B) := \max\{\max\{D(a, B) | a \in A\}, \max\{D(b, A) | b \in B\}\} \quad (5.1)$$

mit:

$$D(x, K) := \min\{d(x, k) | k \in K\} \quad (5.2)$$

A und B wären in diesem Fall die generierten Hüllen. Der berechnete Wert gibt dabei an, wie groß die Distanz zwischen den beiden Hüllen ist. Ist das Ergebnis dieser Berechnung Null, sind beide Hüllen miteinander identisch. Je größer der Wert, desto größer sind auch die Unterschiede in den Hüllen. Anhand dieses Wertes kann bewertet werden, wie ähnlich sich die Hüllen sind.

## 6 Auswertung

Für die Erstellung der Hüllgeometrien wurden 6 unterschiedliche Datensätze von Aneurysmen verwendet. Es sind dabei 3 der Datensätze Aortenaneurysmen sowie weitere 3 zerebrale Aneurysmen. Jeder der Datensätze besteht aus einem Gitter für die Gefäßstruktur und den Pfadlinien, die in Cluster eingeteilt werden. Die Datensätze haben variierende Mengen an Punkten, Pfadlinien und Clustern. Im ersten Datensatz der Aortenaneurysmen sind es 244.174 Punkte in 2.290 Pfadlinien, die in 3 Cluster eingeteilt werden; im zweiten 596.351 Punkte in 4.437 Pfadlinien, die in 4 Cluster eingeteilt werden; im dritten 168.682 Punkte in 1.699 Pfadlinien, die in 2 Cluster eingeteilt werden. Für die Datensätze der zerebralen Aneurysmen variiert die Zahl der Cluster nicht. Die Pfadlinien werden jeweils in 20 Cluster unterteilt. Die Menge der Pfadlinien und Punkte beträgt für den ersten zerebralen Aneurysma-Datensatz 3.128 Pfadlinien und 124.456 Punkte, für den zweiten 359 Pfadlinien und 41.989 Punkte und die für den dritten 346 Pfadlinien und 72.584 Punkte.

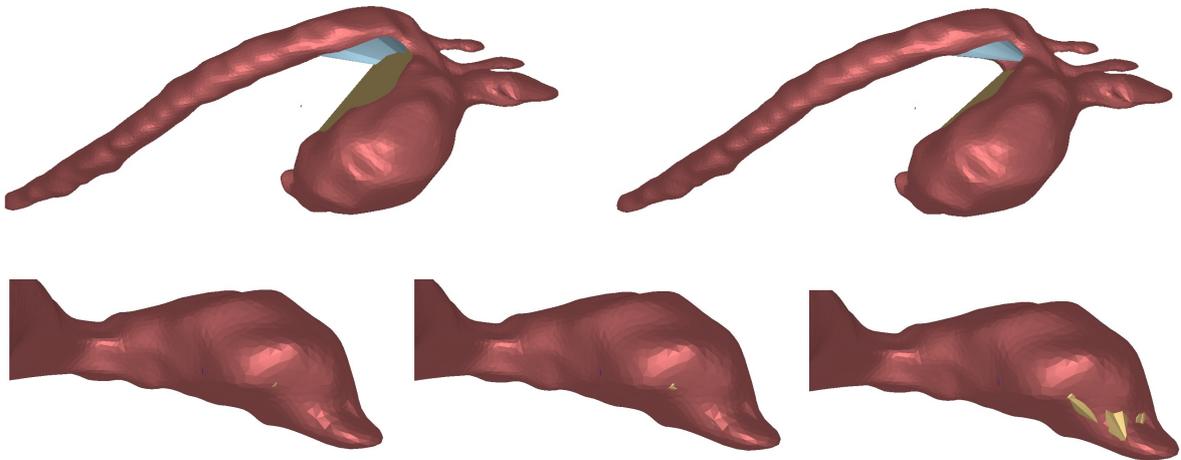


**Abbildung 6.1:** Darstellung Gefäßgitter und die Lage der Pfadlinien für die kardialen Daten (1. Reihe) und die zerebralen Daten (2. Reihe).

### 6.1 Qualitative Auswertung

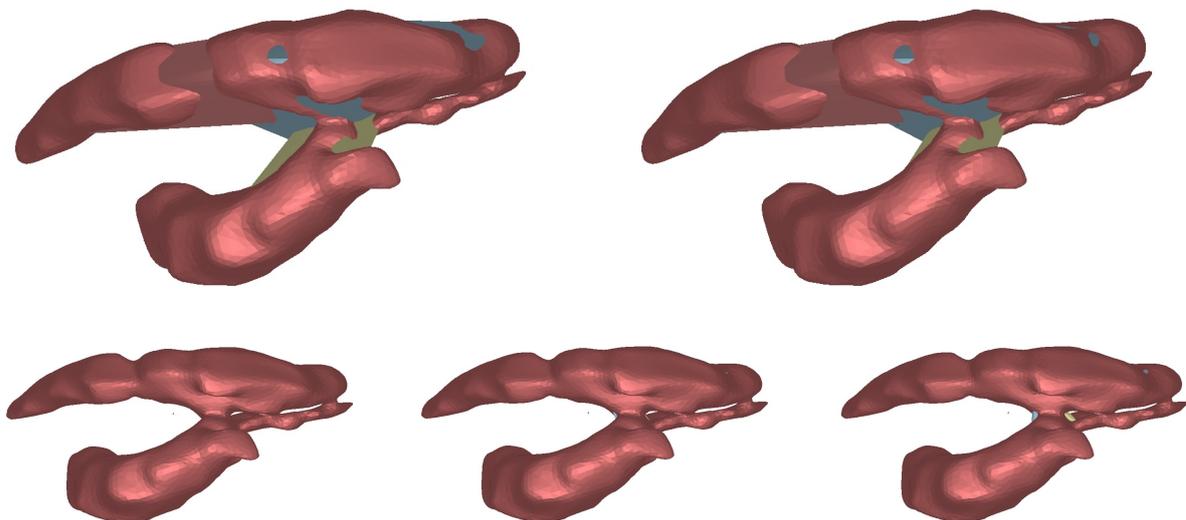
Die qualitative Bewertung beginnt mit der Untersuchung, ob die erzeugten Hüllen das Gitter der Gefäßwände durchbrechen, oder ob sie vollständig innerhalb des Gefäßes liegen. Für den ersten Aorten-Datensatz wird das Gitter der Gefäßwand stark von den Hüllen, die durch Quick Hull erzeugt wurden, durchbrochen. Werden die Punkte der Pfadlinien, die einen Abstand zum Mittelwert haben, der größer als 75% des maximalen Abstands

ist, nicht in die Berechnung der Hülle mit einbezogen, kann die Stärke der Durchbrechung leicht verringert werden.



**Abbildung 6.2:** Betrachtung des Durchbruchs der Hüllgeometrien mit dem Gefäßgitter für den ersten Aortendatensatz. Oben: Leichte Abschwächung im Durchbruch des Gefäßgitters durch Auslassen von Punkten in der Berechnung. Unten: Zunahme des Durchbruchs bei steigendem  $\alpha$  Wert.

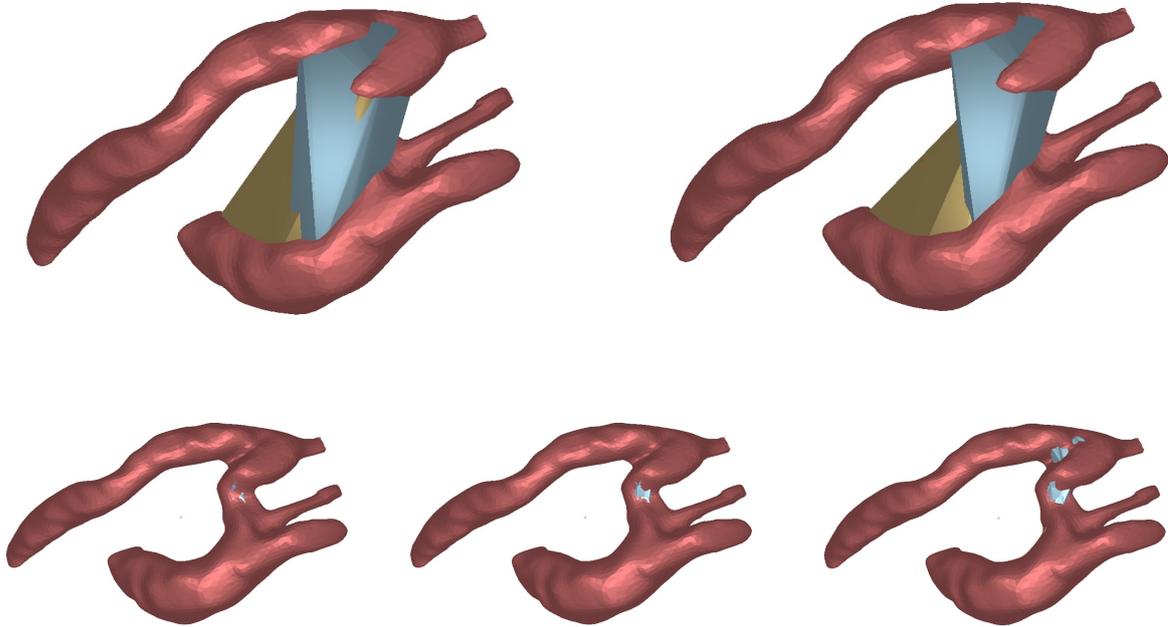
Im Vergleich dazu tritt beim  $\alpha$ -Shape-Verfahren nur ein sehr kleiner Durchbruch auf, der mit zunehmendem  $\alpha$  Wert steigt. Dies war zu erwarten, da bei einem gegen unendlich gehenden  $\alpha$  Wert die  $\alpha$ -Shapes der konvexen Hülle entsprechen.



**Abbildung 6.3:** Betrachtung des Durchbruchs der Hüllgeometrien mit dem Gefäßgitter für den zweiten Aortendatensatz. Oben: Sehr geringe Abschwächung im Durchbruch des Gefäßgitters durch Auslassen von Punkten in der Berechnung. Unten: Zunahme des Durchbruchs bei steigendem  $\alpha$  Wert.

Für den zweiten Aorten-Datensatz sind die Ergebnisse ähnlich wie beim ersten. So treten

bei Quick Hull starke Durchbrüche auf, die sich ebenfalls durch das Auslassen von Punkten in der Berechnung abschwächen lassen. Die Abschwächung ist hierbei aber merklich geringer. Für  $\alpha$ -Shapes waren die Ergebnisse vergleichbar zum ersten Datensatz. In diesem Fall wird das Gitter von mehreren Clustern durchbrochen. Auch hier ist der Durchbruch sehr gering ausgeprägt.

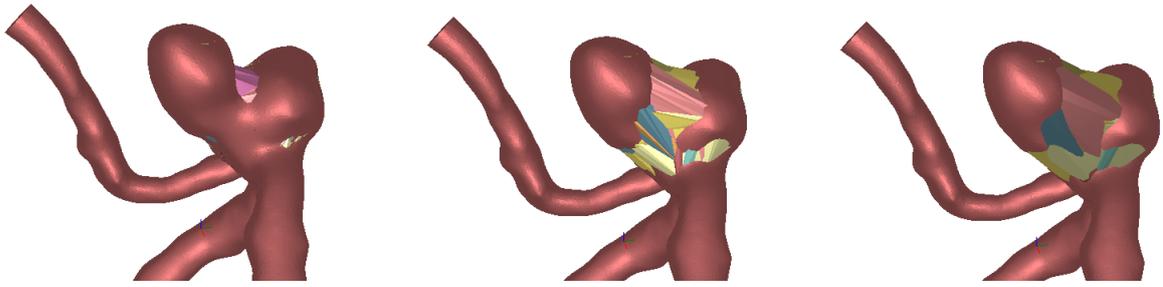


**Abbildung 6.4:** Betrachtung des Durchbruchs der Hüllgeometrien mit dem Gefäßgitter für den dritten Aortendatensatz. Oben: Abschwächung im Durchbruch des Gefäßgitters durch Auslassen von Punkten in der Berechnung ist vorhanden, hat aber nur geringe Auswirkungen auf das gesamte Bild. Unten: Zunahme des Durchbruchs bei steigendem  $\alpha$  Wert.

Der dritte Aortensatz weist im Vergleich zum ersten und zweiten erheblich größere Durchbrüche des Gitters auf. Auch Auslassen der Punkte in der Berechnung verbessert das Ergebnis nur sehr geringfügig. Auch für diesen Datensatz erzielt  $\alpha$ -Shapes bessere Ergebnisse, obwohl bereits bei kleineren  $\alpha$  Werten ein größerer Durchbruch festzustellen ist.

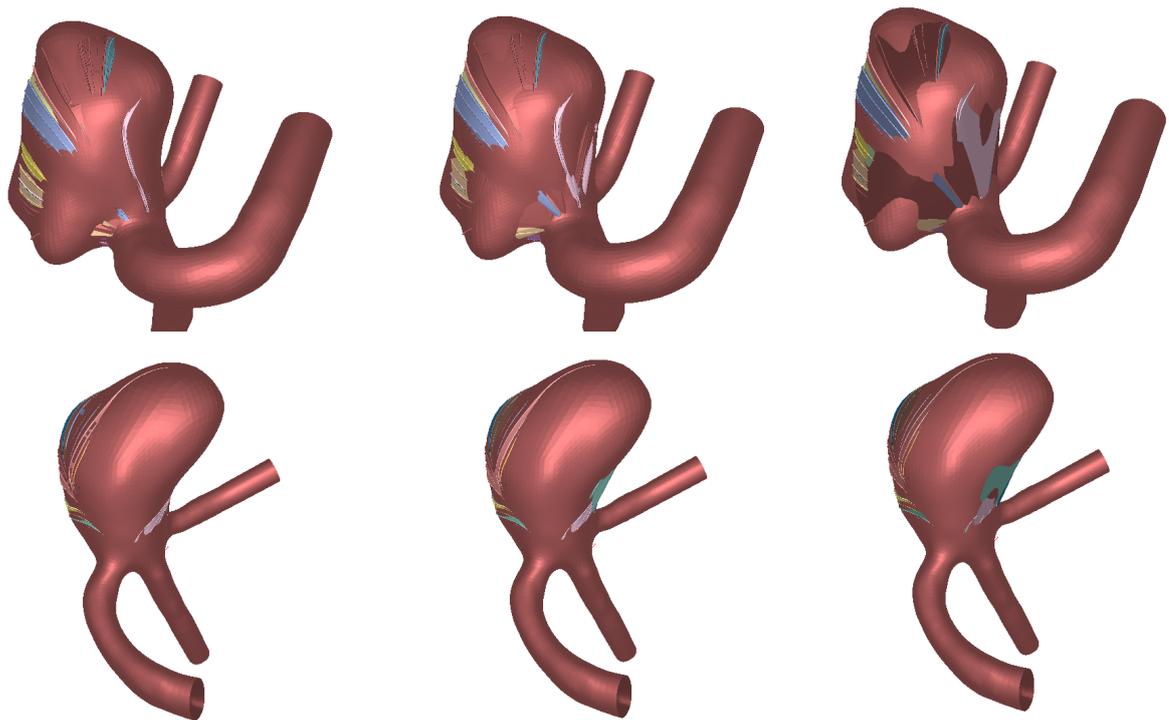
Bei der Betrachtung der zerebralen Aneurysma-Datensätze fällt zunächst auf, dass für den ersten zerebralen Datensatz das Gitter des Gefäßes bereits stellenweise von den Pfadlinien durchbrochen wird. Weiterhin durchbrechen die von Quick Hull erzeugten Hüllen stark die Oberfläche des Gefäßgitters und verdecken auch dessen ursprüngliche Form. Bei den Ergebnissen von  $\alpha$ -Shapes bleibt die Gefäßstruktur besser erhalten, insbesondere bei niedrigen  $\alpha$  Werten. Steigt hingegen der  $\alpha$  Wert, so gleichen sich die Ergebnisse denen von Quick Hull an.

Wie beim ersten Datensatz wird auch beim zweiten Datensatz das Gefäßgitter bereits von den Pfadlinien durchbrochen, was dazu führt, dass das Gefäßgitter von beiden Methoden annähernd gleichermaßen durchbrochen wird, jedoch leicht geringfügiger bei der Verwendung von  $\alpha$ -Shapes. Dabei hat eine Änderung des  $\alpha$  Werts bei diesem Datensatz nur geringe Auswirkungen darauf, wie stark das Gefäßgitter durchbrochen wird.



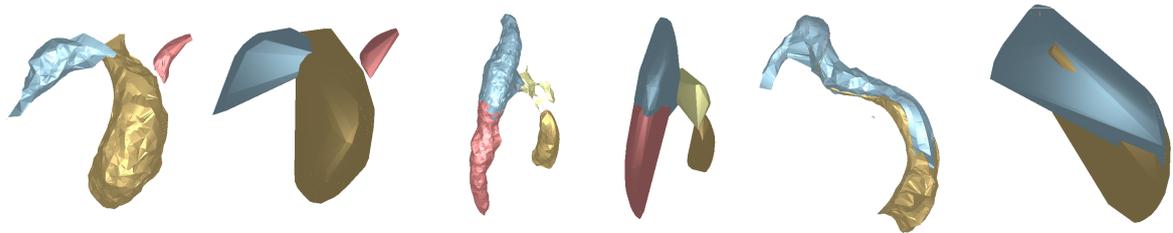
**Abbildung 6.5:** Betrachtung des Durchbruchs der Hüllgeometrien mit dem Gefäßgitter für den ersten zerebralen Datensatz. Erkennbare Annäherung des Ergebnisses von  $\alpha$ -Shapes bei steigendem  $\alpha$  Wert (Bild 1 & 2) zu dem von Quick Hull (Bild 3)

Die Ergebnisse des dritten zerebralen Aneurysma-Datensatz gleichen weitgehend denen des zweiten zerebralen Datensatzes. Hier wird ebenfalls die Hülle bereits von den Pfadlinien durchbrochen und somit durchbrechen auch die erstellten Hüllen das Gefäßgitter. Ein Unterschied zum zweiten Datensatz ist im Bereich des Halses des Aneurysmas zu erkennen. Hier treten bei Quick Hull stärkere Durchbrüche auf, als bei  $\alpha$ -Shapes. Darüber hinaus gleicht das Ergebnis dem des ersten zerebralen Datensatzes. Somit sind die Ergebnisse von  $\alpha$ -Shapes bei großen  $\alpha$  Werten denen von Quick Hull ähnlich.



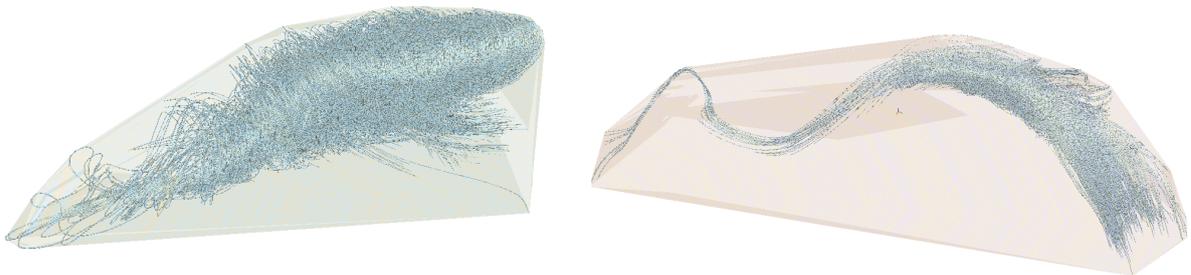
**Abbildung 6.6:** Betrachtung des Durchbruchs der Hüllgeometrien mit dem Gefäßgitter für den zweiten und dritten zerebralen Datensatz. Der  $\alpha$  Wert hat für diese Datensätze geringere Auswirkungen auf den Durchbruch

Für alle Datensätze hat  $\alpha$ -Shapes Ergebnisse geliefert, die einen geringeren Durchbruch des Gefäßgitters aufweisen. Besonders im Fall von großen Stromlinien-Clustern, die über Krümmungen im Gefäß verlaufen, hat Quick Hull Ergebnisse geliefert, die das Gefäßgitter sehr stark durchbrechen, wie im dritten Aorten-Datensatz zu erkennen ist.



**Abbildung 6.7:** Mit  $\alpha$ -Shapes ( $\alpha = 6$ ) und Quick Hull erstellten Hüllgeometrien für die Aortendaten

Bei der Untersuchung der für die einzelnen Cluster erzeugten Hüllen auf Löcher liefert Quick Hull für alle Aorten-Datensätze Hüllen, die alle Punkte der Pfadlinien umschließen und keine Löcher enthalten. Dabei ist auch festzustellen, dass die durch Quick Hull generierten Hüllen sehr viel leeren Raum enthalten, in dem sich keine Pfadlinien befinden. Dies ist insbesondere der Fall bei langgezogenen Pfadlinien-Clustern, die starke Krümmungen aufweisen. Auch haben einzelne Stromlinien starke Auswirkung auf die gesamte Form der Hülle, wenn diese Stromlinien aus der Masse an Stromlinien ausbrechen (siehe Abb.6.7). Weiterhin ist zu erkennen, dass die Pfadlinien nicht komplett umschlossen werden. So sind vereinzelt Pfadlinien zu erkennen, die die Hüllgeometrie durchbrechen oder auf der Hülle liegen.

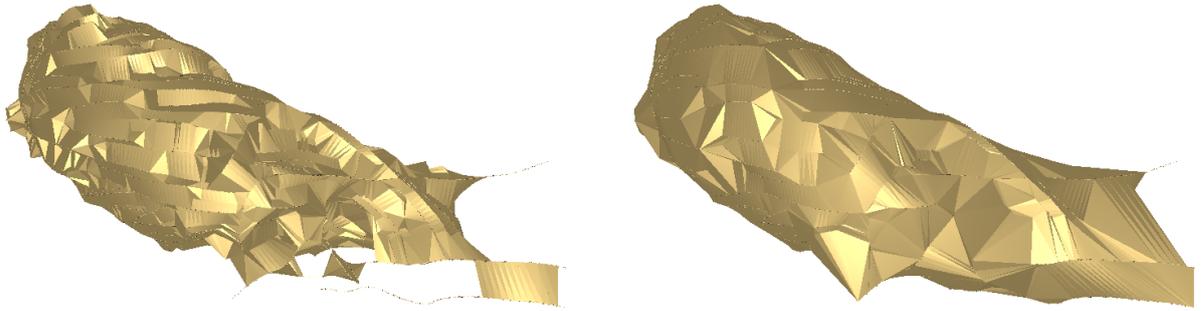


**Abbildung 6.8:** Die Form sowie einzelne Pfadlinien können starke Auswirkungen auf die Form der Hülle haben.

Unter der Verwendung von  $\alpha$ -Shapes hingegen kann es vorkommen, dass Löcher in der Hülle entstehen. Auch treten Flächen auf, die keinen Raum umschließen und es sind nicht immer alle Punkte der Pfadlinien in den Hüllen enthalten. Diese Phänomene sind abhängig vom gewählten  $\alpha$  Wert für die Berechnung der Hüllen sowie von der Größe des Clusters. Für die Betrachtung wurden  $\alpha$  Werte im Bereich 2 bis 12 verwendet.

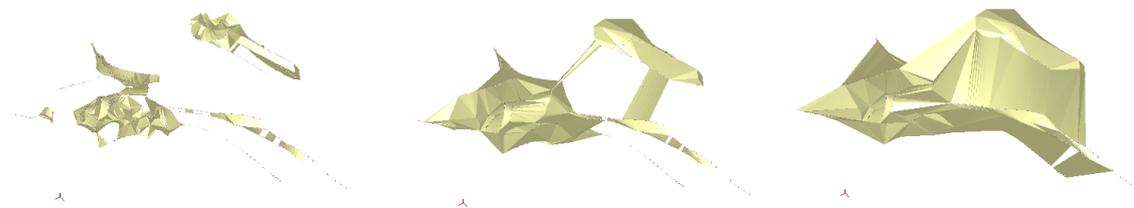
Im Falle des ersten Aorten-Datensatzes entstehen bei niedrigen  $\alpha$  Werten bei zwei von drei Clustern Löcher sowie Flächenkonstrukte. Beim dritten, im Verhältnis kleineren Cluster, bildeten sich auch bei kleinen  $\alpha$  Werten keine Löcher oder Flächenkonstrukte. Die Erfassung aller Pfadlinien-Punkte erfolgt bei allen Clustern erst mit steigendem  $\alpha$  Wert. So stechen bei niedrigen  $\alpha$  Werten vereinzelt Enden von Pfadlinien aus der Hülle heraus.

Die Hüllen für den zweiten Aorten-Datensatz verhielten sich weitgehend sehr ähnlich zu den Hüllen des ersten Datensatzes. So entstanden für drei der vier Cluster bei niedrigen  $\alpha$



**Abbildung 6.9:** Für niedrige  $\alpha$  Werte entstehen Löcher in den Hüllen (links:  $\alpha=2$  rechts:  $\alpha=6$ ).

Werten ebenfalls Löcher und Flächenkonstrukte in den Hüllen. Das vierte Cluster, das aus vergleichsweise wenigen Pfadlinien besteht, die weit auseinander liegen, bildet hingegen bei niedrigen  $\alpha$  Werten keine geschlossene Hülle. Statt dessen werden mehrere voneinander getrennte Hüllen gebildet. Erst bei größeren  $\alpha$  Werten bildet sich eine einheitliche Hülle (Abb.6.10).



**Abbildung 6.10:** Das vierte Cluster des zweiten Aortendatensatzes bildet erst mit steigendem  $\alpha$  Wert eine komplette Hülle.

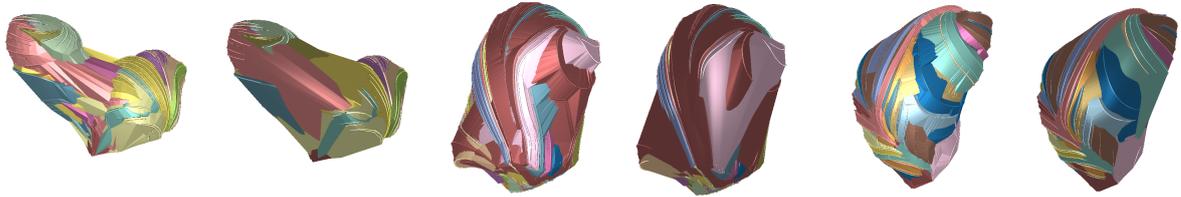
Für den dritten Aortensatz liefert  $\alpha$ -Shapes Hüllen, die zwar keine Löcher aufweisen, aber weiterhin Flächenkonstrukte. Diese verschwinden aber im Vergleich zu den vorherigen Datensätzen bereits bei einem geringen Anstieg des  $\alpha$  Werts. Außerdem werden in diesem Datensatz (aufgrund der stärkeren Krümmungen) bei höheren  $\alpha$  Werten Hüllen um Bereiche erstellt, die keine Pfadlinien enthalten (Abb. 6.11), so wie es auch bei Quick Hull der Fall ist. Wie bei den Ergebnissen von Quick Hull sind Pfadlinien zu erkennen, die auf den von  $\alpha$ -Shapes erstellten Hüllen liegen.



**Abbildung 6.11:** Mit steigendem  $\alpha$  Wert bilden sich Hüllen zunehmend um Bereiche, in denen keine Pfadlinien liegen.

Im Vergleich hat  $\alpha$ -Shapes Hüllen geliefert, die die Form des Clusters besser darstellen, sofern ein entsprechender  $\alpha$  Wert gewählt wurde. Für den ersten und zweiten Aortendatensatz lieferten höhere  $\alpha$  Werte im Bereich 9-12 bessere Ergebnisse als niedrigere; während für den dritten Datensatz geringere Werte im Bereich 4-6 gute Ergebnisse erzielten. Die von Quick Hull erzeugten Hüllen haben nur in geringem Umfang die Form des

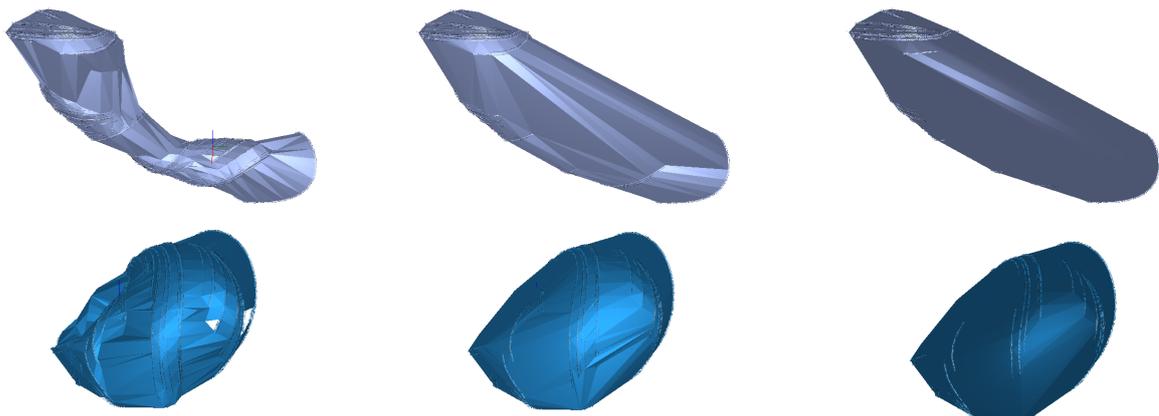
Clusters erkennen lassen, da sie sehr viel leeren Raum enthalten, in denen keine Pfadlinien vorhanden sind. Für kleine, kompakte Cluster, wie das dritte Cluster des ersten Aortensatzes, war hingegen der Unterschied zwischen den beiden Ergebnissen deutlich geringer, insbesondere bei hohen  $\alpha$  Werten.



**Abbildung 6.12:** Mit  $\alpha$ -Shapes ( $\alpha = 3$ ) und Quick Hull erstellte Hüllgeometrien für die zerebralen Daten. Es treten bei beiden Methoden starke Überlagerungen auf.

Bei der Betrachtung der Cluster für die Datensätze der zerebralen Aneurysmen fällt zunächst auf, dass eine gleichzeitige Betrachtung der Hüllen schwerfällt, da die zerebralen Datensätze jeweils 20 Cluster enthalten und sehr eng beieinander liegen. Somit entstehen bei beiden Methoden starke Überschneidungen der Hüllen. So kann es vorkommen, dass die Hüllen einzelner Cluster nahezu komplett von den Hüllen anderer Cluster überdeckt werden. Daher werden die Cluster nachfolgend einzeln betrachtet.

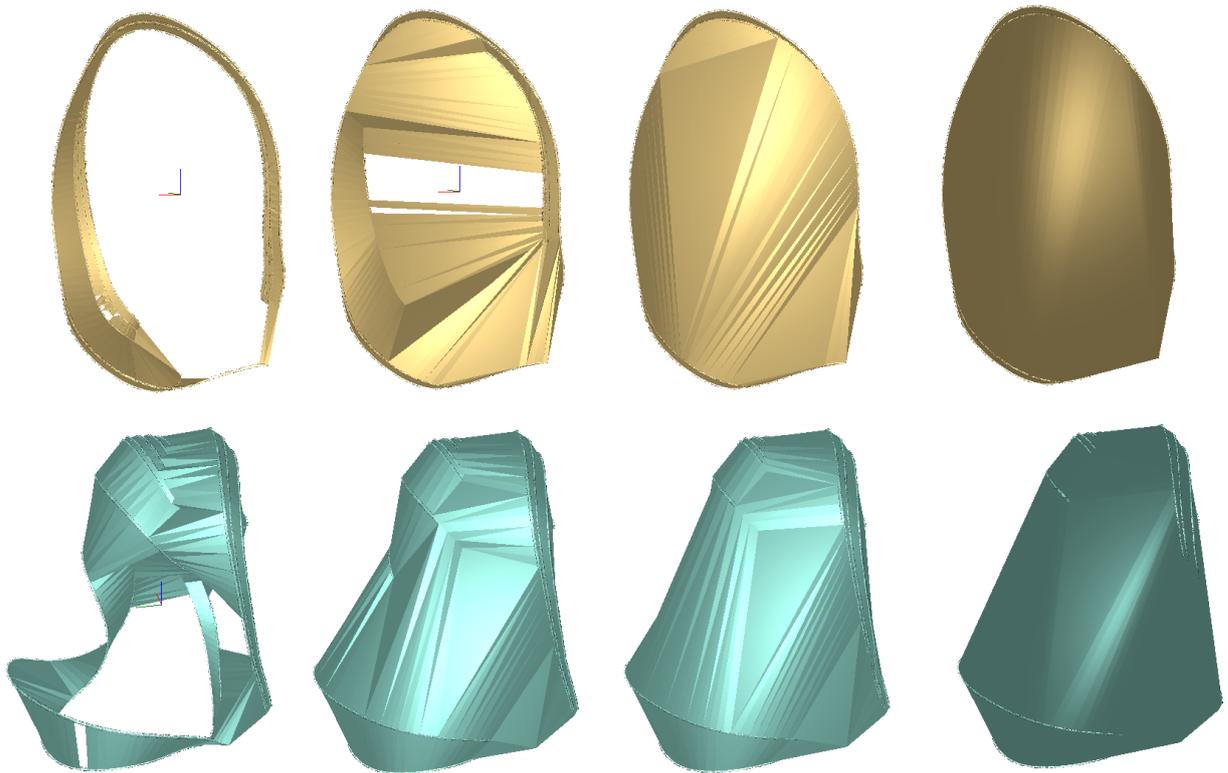
Wie bereits bei den Aorten-Datensätzen generiert Quick Hull auch für die zerebralen Datensätze Hüllen, die keine Löcher aufweisen und alle Pfadlinien-Punkte enthalten. Jedoch finden sich die gleichen Probleme wie bei den Aorten-Datensätzen: Entweder entstehen bei ausgedehnten Clustern Leerräume oder die Hülle wird durch einzelne Linien stark beeinflusst. Wie bei den Aorten-Datensätzen enthalten die durch  $\alpha$ -Shapes erstellten Hüllen Löcher oder bilden bei bestimmten  $\alpha$  Werten Flächenstrukturen. Für die Untersuchung wurden  $\alpha$  Werte im Bereich 1,5-8 verglichen.



**Abbildung 6.13:** Vergleich der Hüllen von länglichen und kompakten Clustern. Links die Ergebnisse von  $\alpha$ -Shapes mit  $\alpha = 1,5$  und  $\alpha = 8$ , rechts das Ergebnis von Quick Hull

Bei der Verwendung von  $\alpha$ -Shapes im ersten Datensatz entstehen bei länglichen Pfadlinien-Clustern Hüllen, die die Form des Clusters besser darstellen, als die durch Quick Hull

erstellten Hüllen (wie bei den Aorten-Datensätzen). Dies ist jedoch nur bei niedrigen  $\alpha$  Werten der Fall, da im Vergleich zu den Aorten-Datensätzen die Hüllen mit steigendem  $\alpha$  Wert sich sehr viel schneller der Form der durch Quick Hull erzeugten Hüllen annähern. Auch ist der Unterschied der Hüllen bei niedrigen  $\alpha$  Werten geringer im Vergleich zu den durch Quick Hull erzeugten, wenn die Pfadlinien des Clusters sich nicht länglich ausdehnen. Zudem entstehen bei niedrigen  $\alpha$  Werten Löcher oder Flächenkonstrukte, insbesondere wenn die Pfadlinien kreisförmig angeordnet sind. Die Qualität der einzelnen durch  $\alpha$ -Shapes erzeugten Hüllen ist stark vom  $\alpha$  Wert abhängig. Im Vergleich zu den Aorten-Daten, wo ein  $\alpha$  Wert vergleichbar gute Ergebnisse für die jeweiligen Cluster eines Datensatzes geliefert hat, muss für diesen Datensatz der zerebralen Aneurysmen der  $\alpha$  Wert von Cluster zu Cluster variiert werden, um zufriedenstellende Ergebnisse zu erhalten.

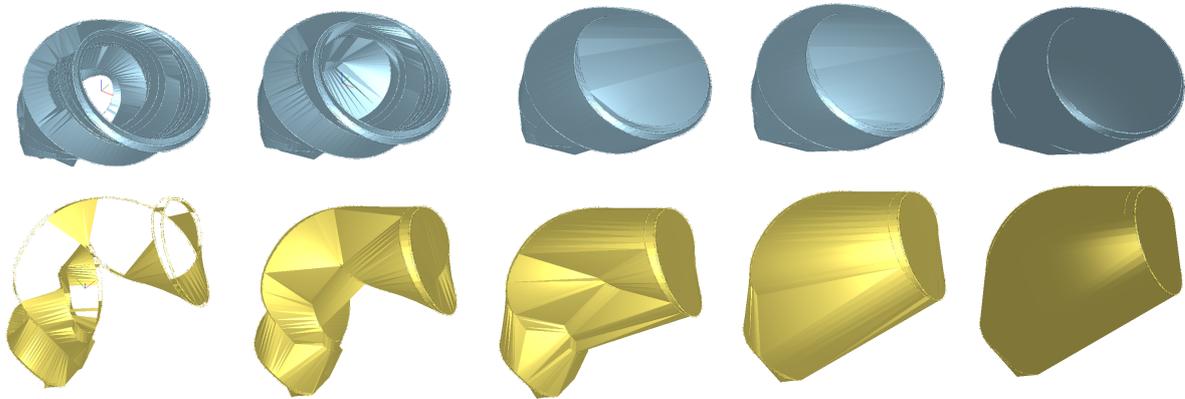


**Abbildung 6.14:** Zur Erstellung verwendete  $\alpha$  Werte von links nach rechts 1.5, 4, 8 ganz rechts ist Ergebnis von Quick Hull. 1. Reihe: U förmig angeordnete Pfadlinien bilden ringförmige Hüllen, die sich mit zunehmendem  $\alpha$  schließen. 2. Reihe: Vereinzelte Pfadlinien haben starken Einfluss auf die Form der Hülle.

Im zweiten zerebralen Datensatz traten im Vergleich zum ersten keine Pfadlinien-Cluster auf, die eine längliche Form annehmen. Wie auch für den ersten Datensatz bildet  $\alpha$ -Shapes bei niedrigem  $\alpha$  Wert Hüllen, die für die meisten Cluster des Datensatzes Löcher enthalten oder Flächenkonstrukte. Dies ist insbesondere der Fall bei den Clustern, die vereinzelt Pfadlinien besitzen, die abseits der übrigen Pfadlinien des Clusters liegen. Auch bildet  $\alpha$ -Shapes bei niedrigen  $\alpha$  Werten für viele Cluster ringförmige Hüllen, da die Pfadlinien der meisten Cluster U-förmig angeordnet sind. Ist weiterhin für diese Cluster der  $\alpha$  Werte zu gering, bildet sich ein Flächenbereich im Inneren des Clusters, der erst mit steigendem  $\alpha$  Werte eine umschließende Hülle bildet. Wie beim ersten Datensatz nehmen die Hüllen

mit steigendem  $\alpha$  Wert zunehmend die Form der durch Quick Hull erzeugten Hüllen an. Ebenfalls ist ein Anpassen des  $\alpha$  Werts nötig, um gute Ergebnisse für die einzelnen Cluster zu erzielen.

Für den dritten Datensatz bilden sich bei mehreren Clustern bei der Verwendung niedriger  $\alpha$  Werte tunnelförmige Hüllen, welche sich bei größeren  $\alpha$  Werten schließen. Da auch viele Cluster des Datensatzes Pfadlinien aufweisen, die einen größeren Abstand zueinander haben als bei den vorherigen Datensätzen, sind für die meisten Cluster höhere  $\alpha$  Werte notwendig, um Löcher oder Flächenstrukturen zu vermeiden. Bei den Clustern hingegen, die aus mehreren Pfadlinien bestehen, die zudem dichter zusammen liegen, werden auch mit niedrigen  $\alpha$  Werten geschlossene Hüllen erstellt. Auch für diesen Datensatz führen höhere  $\alpha$  Werte wieder dazu, dass sich die von  $\alpha$ -Shapes erzeugten Hüllen den von Quick Hull erzeugten annähern. Wie auch bei den vorherigen zerebralen Datensätzen, ist auch für diesen wieder ein Variieren des  $\alpha$  Wertes nötig. Für alle drei Datensätze sind, wie auch im Fall von Quick Hull, wieder einzelne Pfadlinien zu erkennen, die auf der Hülle liegen.



**Abbildung 6.15:** Zur Erstellung verwendete  $\alpha$  Werte von links nach rechts 1.5, 2.5, 5, 8 ganz rechts ist das Ergebnis von Quick Hull. 1. Reihe: Es bilden sich tunnelförmige Hüllen bei niedrigen  $\alpha$  Werten. 2. Reihe: Pfadlinien, die weit auseinander liegen, bilden keine einheitlichen Hüllen für niedrige  $\alpha$  Werte.

Bei der Betrachtung der minimalen  $\alpha$  Werte, bei denen sich eine geschlossene Hülle um das jeweilige Cluster bildet, fällt auf, dass für Cluster mit eng beisammen liegenden Pfadlinien, deren Endpunkte weit genug voneinander entfernt sind, um die Bildung ringförmiger Hüllen zu vermeiden, bereits bei niedrigeren  $\alpha$  Werten lochfreie Hüllen erstellt werden können. So lagen die minimalen  $\alpha$  Werte für den ersten zerebralen Datensatz im Bereich 1,5-3, während für den zweiten die Werte im Bereich 2,4-4,6 und für den dritten im Bereich 2-3,2 lagen. Demnach kann auch ein Zusammenhang mit der Anzahl der Pfadlinien festgestellt werden, da der erste Datensatz eine größere Menge Pfadlinien besitzt, als der zweite und dritte Datensatz. Darüber hinaus war zu beobachten, dass die von  $\alpha$ -Shapes erstellten Hüllen für die zerebralen Datensätze bereits bei geringer Erhöhung der  $\alpha$  Werte sich dem Ergebnis der von Quick Hull erstellten Hüllen annäherten. Auffällig war zudem, dass der Unterschied zwischen den Ergebnissen beider Methoden für die meisten Cluster der zerebralen Datensätze deutlich geringer war, als bei den Aorten-Datensätzen.

Die Ergebnisse von Quick Hull waren für die Aorten-Datensätze im Vergleich nicht so gut, wie die der  $\alpha$ -Shapes. Bei den zerebralen Datensätzen waren die Ergebnisse von Quick Hull für gewisse Cluster qualitativ näher an den besseren Ergebnissen von  $\alpha$ -Shapes

## 6.2 Quantitative Auswertung

Die quantitative Bewertung beginnt zunächst mit dem Vergleich der Berechnungszeit beider Methoden.

**Tabelle 6.1:** Berechnungszeit Aorten-Daten

Berechnungszeit für ...	Datensatz 1	Datensatz 2	Datensatz 3
1. Cluster Quick Hull	118 ms	43 ms	52 ms
2. Cluster Quick Hull	19 ms	197 ms	57 ms
3. Cluster Quick Hull	12 ms	133 ms	/
4. Cluster Quick Hull	/	7 ms	/
Alle Cluster Quick Hull	147 ms	464 ms	109 ms
1. Cluster $\alpha$ -Shapes	8235 ms	1052 ms	3764 ms
2. Cluster $\alpha$ -Shapes	543 ms	10274 ms	2878 ms
3. Cluster $\alpha$ -Shapes	123 ms	8001 ms	/
4. Cluster $\alpha$ -Shapes	/	144 ms	/
Alle Cluster $\alpha$ -Shapes	8983 ms	20021 ms	6843 ms
Alle Cluster mit $\alpha = 2$	16253 ms	34279 ms	8492 ms
Alle Cluster mit $\alpha = 6$	6485 ms	15735 ms	5144 ms
Alle Cluster mit $\alpha = 12$	5768 ms	14023 ms	4345 ms

**Tabelle 6.2:** Berechnungszeit Zerebrale Daten

Berechnungszeit für ...	Datensatz 1	Datensatz 2	Datensatz 3
1 Cluster Quick Hull	25 ms	40 ms	115 ms
5 Cluster Quick Hull	173 ms	254 ms	430 ms
10 Cluster Quick Hull	337 ms	504 ms	875 ms
15 Cluster Quick Hull	575 ms	741 ms	1445 ms
Alle Cluster Quick Hull	908 ms	1170 ms	1913 ms
1 Cluster $\alpha$ -Shapes	163 ms	121 ms	376 ms
5 Cluster $\alpha$ -Shapes	949 ms	728 ms	1348 ms
10 Cluster $\alpha$ -Shapes	1824 ms	1479 ms	2419 ms
15 Cluster $\alpha$ -Shapes	3019 ms	2337 ms	4093 ms
Alle Cluster $\alpha$ -Shapes	4261 ms	3421 ms	5964 ms
Alle Cluster mit $\alpha = 1,5$	5782 ms	5617 ms	9052 ms
Alle Cluster mit $\alpha = 5$	3766 ms	2908 ms	4491 ms
Alle Cluster mit $\alpha = 8$	3507 ms	2459 ms	4112 ms

Dabei ergab sich, wie in Tabelle 6.1 und 6.2 zu erkennen ist, dass in jedem Fall die Berechnung der Hüllen mit Hilfe von Quick Hull schneller erfolgt, als mit  $\alpha$ -Shapes. Weiterhin fällt auf, dass die Berechnungszeit von  $\alpha$ -Shapes auch vom gewählten  $\alpha$  Wert abhängt. So ist die Berechnung bei hohen  $\alpha$  Werten schneller und nimmt mit sinkendem  $\alpha$  zu. Auch ist zu bemerken, dass die Berechnungszeit bei  $\alpha$ -Shapes für die Datensätze mit vielen Punkten merklich höher ist, als für Datensätze mit weniger Punkten. Eine Ausnahme dabei bildet der dritte zerebrale Datensatz, der trotz geringer Punktmenge höhere Berechnungszeiten aufweist, als der erste zerebrale Datensatz, der eine größere Punktmenge besitzt. Die Berechnungszeit von Quick hull scheint hingegen weniger von der Anzahl der Punkte, als von der Menge der Cluster und deren Aufbau abhängig zu sein. So ist die Berechnungszeit für die Cluster der zerebralen Datensätze, deren Punkte weniger eng zusammenliegen, merklich größer, als für die Aorten-Datensätze, die aus deutlich größeren Punktmengen bestehen. Dass die Berechnungszeit der einzelnen Cluster in der Summe etwa den Wert für alle Cluster erreicht, war zu erwarten, da die Cluster der Reihe nach abgearbeitet werden.

Als nächstes wurde die Qualität der Dreiecke für die erstellten Hüllen ermittelt und verglichen. Dabei wurde mit Hilfe von Meshlab ein durchschnittlicher Qualitätswert über alle Dreiecke einer Hülle gebildet. Für die Aorten-Datensätze zeigte sich dabei, dass die Dreiecksqualität der von  $\alpha$ -Shapes ertsellten Hüllen mit steigendem  $\alpha$  Wert in allen Fällen abnahm. Zudem lag die Qualität der Dreiecke bei den von Quick Hull erzeugten Hüllen (mit einer Ausnahme), deutlich unter denen von  $\alpha$ -Shapes.

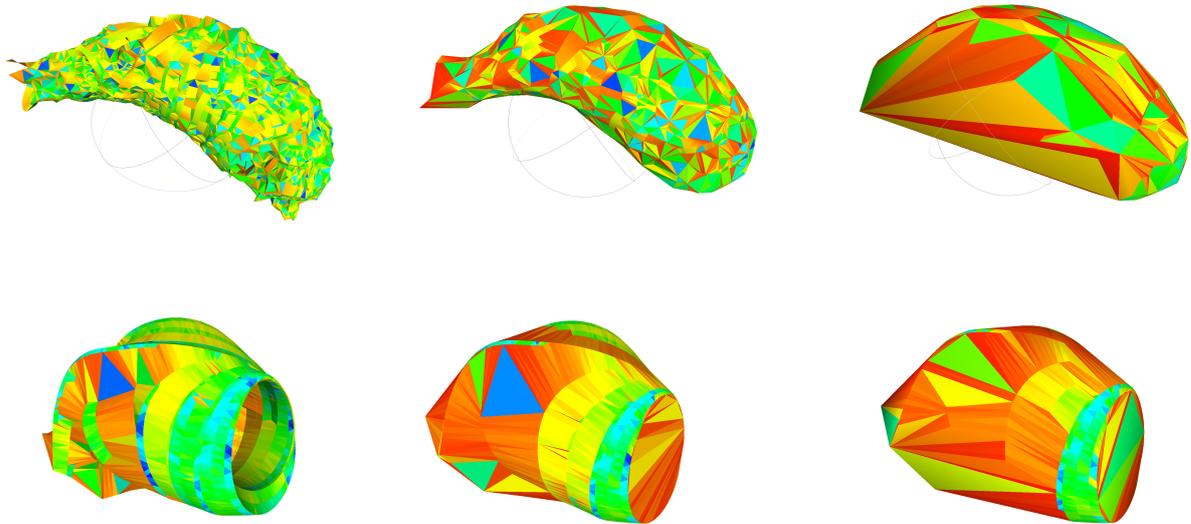
**Tabelle 6.3:** Durchschnittliche Dreiecksqualität für die Aorten-Daten

Hüllen erstellt mit ...	Cluster 1	Cluster 2	Cluster 4	Cluster 4
Datensatz 1				
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 2$	0,3021	0,2828	0,3332	/
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 6$	0,2141	0,1910	0,2460	/
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 10$	0,1878	0,1596	0,2126	/
Quick Hull	0,1336	0,0902	0,1275	/
Datensatz 2				
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 2$	0,3218	0,3107	0,2991	0,2928
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 6$	0,2438	0,2126	0,2054	0,1722
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 10$	0,2164	0,1804	0,1785	0,1240
Quick Hull	0,1170	0,0904	0,0832	0,1545
Datensatz 3				
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 2$	0,3705	0,3724	/	/
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 6$	0,2906	0,2725	/	/
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 10$	0,2356	0,2243	/	/
Quick Hull	0,1118	0,1385	/	/

**Tabelle 6.4:** Durchschnittliche Qualität der Dreiecke für die mit  $\alpha$ -Shapes und Quick Hull (QH) erstellten Hüllgeometrien, für alle Cluster der zerebralen Datensätze

Hüllen	Datensatz 1					Datensatz 2					Datensatz 3				
	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 5$	$\alpha = 8$	QH	QH	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 5$	$\alpha = 8$	QH	QH	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 5$	$\alpha = 8$	QH	
Cluster 1	0,3133	0,2992	0,3065	0,2201	0,4301	0,3037	0,2854	0,2182	0,3377	0,3142	0,3071	0,2814			
Cluster 2	0,3266	0,2894	0,2736	0,2116	0,3480	0,2691	0,2477	0,2010	0,3421	0,2243	0,2093	0,1718			
Cluster 3	0,3913	0,3544	0,3473	0,3189	0,2395	0,1564	0,1479	0,1195	0,2615	0,1816	0,1708	0,1447			
Cluster 4	0,3557	0,3155	0,3068	0,2591	0,2807	0,2236	0,2056	0,1899	0,3326	0,2345	0,2111	0,1550			
Cluster 5	0,3297	0,3192	0,3044	0,2499	0,3109	0,2645	0,2313	0,1958	0,2413	0,1714	0,1624	0,1240			
Cluster 6	0,3174	0,3006	0,2946	0,2202	0,3608	0,2857	0,2621	0,2052	0,2793	0,1828	0,1767	0,1678			
Cluster 7	0,3497	0,3021	0,2816	0,2310	0,1623	0,1155	0,1098	0,1018	0,2671	0,1155	0,1098	0,1018			
Cluster 8	0,3503	0,3066	0,3002	0,2728	0,2861	0,2146	0,1911	0,1450	0,3560	0,2662	0,2570	0,1909			
Cluster 9	0,3467	0,3126	0,3088	0,2291	0,3275	0,2514	0,2403	0,1950	0,2541	0,2308	0,2147	0,1682			
Cluster 10	0,3424	0,3239	0,3143	0,2696	0,2527	0,2029	0,1944	0,1696	0,3235	0,1789	0,1535	0,1244			
Cluster 11	0,3971	0,3795	0,3673	0,3057	0,2114	0,1214	0,1117	0,0925	0,3443	0,3057	0,3015	0,2772			
Cluster 12	0,3107	0,3000	0,2894	0,2414	0,3450	0,2411	0,2203	0,1635	0,2990	0,2041	0,1777	0,1390			
Cluster 13	0,3383	0,3117	0,3103	0,1709	0,3651	0,2806	0,2578	0,2369	0,2362	0,1971	0,1727	0,1373			
Cluster 14	0,3762	0,3438	0,3326	0,2643	0,2477	0,2186	0,2101	0,1581	0,2461	0,2211	0,2160	0,1519			
Cluster 15	0,3499	0,3178	0,3144	0,2631	0,3065	0,2369	0,2270	0,1819	0,2339	0,1679	0,1555	0,1247			
Cluster 16	0,3233	0,3045	0,2943	0,2286	0,3779	0,2845	0,2089	0,1517	0,2550	0,1879	0,1606	0,1149			
Cluster 17	0,3468	0,3358	0,3297	0,2451	0,3650	0,2309	0,2170	0,1751	0,2918	0,2473	0,2249	0,1795			
Cluster 18	0,3477	0,3169	0,3143	0,2222	0,4737	0,3156	0,2908	0,2742	0,2710	0,2252	0,2077	0,1882			
Cluster 19	0,2917	0,2908	0,2945	0,2783	0,3189	0,2156	0,2066	0,2190	0,3133	0,2690	0,2544	0,2169			
Cluster 20	0,3629	0,3390	0,3326	0,2979	0,3328	0,2543	0,2190	0,1535	0,3878	0,2929	0,2706	0,2168			

Eine Beobachtung war, dass trotz Glättung der Oberflächen bei steigendem  $\alpha$  Wert die Qualität der Dreiecke abnahm. Dass die Ergebnisqualität mit steigendem  $\alpha$  Wert abnimmt (siehe Tab. 6.4), ist nachvollziehbar, da mit zunehmendem  $\alpha$  Wert die von  $\alpha$ -Shapes erstellten Hüllen sich den mit Quick Hull erstellten konvexen Hüllen (deren Ergebnisse niedriger waren) angleichen. Die Ausnahme im Falle des vierten Clusters des zweiten Datensatzes hängt vermutlich mit dem Aufbau des Clusters zusammen, da für diesen Cluster mit  $\alpha$ -Shapes erst für entsprechend hohe  $\alpha$  Werte eine einheitliche Hülle gebildet wird. Die Untersuchung der zerebralen Daten kam dabei zu den gleichen Ergebnissen, da auch hier die Qualitätswerte mit steigendem  $\alpha$  Wert abnehmen. Ein Unterschied zu den Aorten-daten ist jedoch, dass die Differenz zwischen den von  $\alpha$ -Shapes und den von Quick Hull erstellten Hüllen geringer ausgeprägt ist, als bei den Aorten-Daten. Dies passt zu der bisherigen Beobachtung, dass im Falle der zerebralen Datensätze die von  $\alpha$ -Shapes erstellten Hüllen den von Quick Hull erstellten Hüllen ähneln.



**Abbildung 6.16:** Visuelle Darstellung der Dreiecksqualität für Hüllen der kardialen Daten (oben) und zerebralen Daten (unten). Die linken Bilder beider Reihen zeigen Ergebnisse von  $\alpha$ -Shapes mit niedrigen  $\alpha$  Wert gefolgt von Bildern mit hohem  $\alpha$ -Wert. Die rechten Bilder zeigen die Ergebnisse von Quick Hull.

Zuletzt erfolgte ein Vergleich anhand der Hausdorff-Distanz zwischen den mit Quick Hull erstellten und den mit  $\alpha$ -Shapes (mit variierenden  $\alpha$  Werten) erstellten Hüllen. Wie bereits beobachtet, besteht für die Aorten-Datensätze ein starker Unterschied zwischen den Hüllen beider Methoden. Dies wird von den Ergebnissen der Hausdorff-Distanz bestätigt, da für die betrachteten Cluster die Hausdorff-Distanz einen entsprechend hohen Wert aufweist. Dass die mit  $\alpha$ -Shapes erstellten Hüllen mit Zunahme des  $\alpha$  Werte sich der Form der mit Quick Hull erstellten Hüllen (konvexen Hüllen) annähern, ist auch bei der Betrachtung der ermittelten Distanzen zu erkennen. So nimmt diese Distanz mit steigendem  $\alpha$  Wert ab, was auf eine Angleichung der Hüllen hinweist. Dies wird durch die Ergebnisse für die zerebralen Datensätze bekräftigt, da hier ebenfalls eine Abnahme in der Distanz zu erkennen ist. Weiterhin wird auch die Beobachtung unterstützt, dass der Unterschied zwischen den mit Quick Hull erstellten und den mit  $\alpha$ -Shapes (mit hohem  $\alpha$  Wert) erstellten Hüllen bei den zerebralen Datensätze geringer ist, da die Werte der Hausdorff-Distanz hier deutlich niedriger ausfallen.

**Tabelle 6.5:** Hausdorff-Distanzen der Aorten-Datensätze

Hüllen erstellt mit ...	Cluster 1	Cluster 2	Cluster 4	Cluster 4
Datensatz 1				
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 2$	2,73	2,81	0,98	/
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 6$	2,30	2,11	0,72	/
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 10$	2,08	1,89	0,53	/
Datensatz 2				
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 2$	0,79	2,41	2,84	4,73
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 6$	0,51	1,86	2,25	4,05
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 10$	0,42	1,57	2,01	2,26
Datensatz 3				
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 2$	6,41	4,56	/	/
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 6$	6,15	4,09	/	/
$\alpha$ -Shapes mit $\alpha = 10$	5,89	3,84	/	/

**Tabelle 6.6:** Hausdorff-Distanzen der zerebralen Datensätze

Hüllen	$\alpha$ -Shapes (1,5)			$\alpha$ -Shapes (1,5)			$\alpha$ -Shapes (1,5)		
Datensatz	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Cluster 1	0,40	1,20	0,25	0,10	0,33	0,08	0,06	0,06	0,06
Cluster 2	0,26	1,10	0,43	0,04	0,18	0,06	0,02	0,03	0,03
Cluster 3	0,32	0,66	0,97	0,11	0,05	0,39	0,06	0,03	0,29
Cluster 4	0,22	0,38	0,63	0,06	0,06	0,19	0,04	0,03	0,07
Cluster 5	0,18	0,63	0,40	0,03	0,14	0,16	0,02	0,07	0,08
Cluster 6	0,27	0,77	0,58	0,03	0,12	0,11	0,02	0,08	0,08
Cluster 7	0,26	0,75	1,82	0,03	0,09	0,39	0,01	0,05	0,27
Cluster 8	0,21	0,53	1,60	0,03	0,12	0,06	0,02	0,07	0,03
Cluster 9	0,59	0,43	0,87	0,23	0,34	0,34	0,08	0,02	0,23
Cluster 10	0,45	0,35	0,64	0,11	0,06	0,22	0,07	0,03	0,03
Cluster 11	0,54	0,84	0,62	0,03	0,06	0,29	0,01	0,03	0,17
Cluster 12	0,26	0,49	0,23	0,05	0,06	0,11	0,02	0,04	0,07
Cluster 13	0,42	0,86	0,49	0,12	0,14	0,08	0,07	0,09	0,03
Cluster 14	0,34	0,59	1,14	0,08	0,05	0,39	0,04	0,03	0,10
Cluster 15	0,27	0,49	0,97	0,08	0,08	0,08	0,05	0,04	0,03
Cluster 16	0,19	0,71	0,25	0,02	0,26	0,06	0,01	0,16	0,04
Cluster 17	0,61	0,74	0,65	0,14	0,26	0,27	0,06	0,15	0,21
Cluster 18	0,19	0,54	0,40	0,05	0,21	0,18	0,03	0,16	0,13
Cluster 19	0,14	0,62	0,59	0,03	0,22	0,08	0,01	0,13	0,05
Cluster 20	0,49	0,37	0,84	0,01	0,09	0,22	0,01	0,05	0,06

# 7 Ergebnis

## 7.1 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Hüllgeometrien für Blutflussdaten in zerebralen und kardialen Aneurysmen erstellt. Für die Erstellung der Hüllgeometrien kamen  $\alpha$ -Shapes und Quick Hull zu Anwendung. Um diese beiden Methoden zu vergleichen, wurde eine Anwendung zum Erzeugen und Darstellen der Hüllgeometrien geschrieben. Weiterhin wurden die erzeugten Hüllen anhand mehrerer quantitativer und qualitativer Kriterien miteinander verglichen.

## 7.2 Auswertung

Nach der Untersuchung beider Methoden hat Quick Hull lediglich im Vergleich der Berechnungszeit besser abgeschnitten, als  $\alpha$ -Shapes. Insbesondere für die Aorten-Datensätze konnte  $\alpha$ -Shapes Hüllgeometrien erzeugen, die deutlich besser die Form des Clusters repräsentierten. Auch war die Qualität der Hüllen, die mit  $\alpha$ -Shapes erzeugt wurden, besser als die Qualität der mit Quick Hull erzeugten Hüllen. Bei  $\alpha$ -Shapes ist aber zu beachten, dass die Ergebnisse immer sehr stark vom  $\alpha$  Wert abhängig sind. So musste vor allem für die Cluster der zerebralen Datensätze der  $\alpha$  Wert häufig angepasst werden, da sich sonst Löcher oder nicht wünschenswerte Flächenstrukturen in der Hüllgeometrie bilden. Dies tritt vor allem bei niedrigen  $\alpha$  Werten auf und die Anzahl der Löcher bzw. Flächenstrukturen nimmt mit steigendem  $\alpha$  Wert ab. Während für die Aorten-Daten eine Erhöhung des  $\alpha$  Wertes die grundlegende Form des Clusters nur gering beeinflusst, ist im Falle der zerebralen Datensätze eine stärkere Änderung der Form mit Zunahme des  $\alpha$  Wertes erkennbar. Außerdem nehmen die von  $\alpha$ -Shapes erstellten Hüllgeometrien bereits bei deutlich geringerer Erhöhung des  $\alpha$  Wertes Formen an, die sich der von Quick Hull erzeugten Hüllgeometrien angleichen. Dies ist auch an den Ergebnissen der Hausdorff-Distanz zu bestätigen, die bei hohen  $\alpha$  Werten für nahezu alle Cluster der zerebralen Datensätze geringe Werte zeigte. Als Schlussfolgerung lässt sich ableiten, dass  $\alpha$ -Shapes Hüllgeometrien von besserer Qualität liefert, als Quick Hull. Es besteht dabei aber ein zusätzlicher Aufwand, um einen passenden  $\alpha$  Wert zu finden. Dieser Aufwand entfällt bei Quick Hull. Sollte jedoch die Berechnungszeit von hoher Relevanz sein, so kann Quick Hull für zerebrale Daten Hüllgeometrien erstellen, die nur geringe qualitative Abstriche gegenüber den mit  $\alpha$ -Shapes erstellten Hüllgeometrien aufweisen.

## 7.3 Zukünftige Arbeiten

Für zukünftige Arbeiten wäre ein Vergleich mit weiteren Methoden zu Generierung von Hüllgeometrien relevant. Auch wäre eine Automatisierung der Wahl eines optimalen  $\alpha$  Wertes von Interesse. Schließlich könnte eine Analyse von Methoden zur Verbesserung der Dreiecksqualität der erstellten Hüllgeometrien erfolgen, da die Qualität beider Methoden insgesamt sehr gering ist.

# Literaturverzeichnis

- [DGG08] DGG. Leitlinien zum bauchaortenaneurysma und beckenarterienaneurysma. *Leitlinien der Deutschen Gesellschaft für Gefäßchirurgie*, 2008.
- [Die13] Thomas Diewald. Convex hull 3d – quickhull algorithm, 2013. URL: <http://thomasdiewald.com/blog/?p=1888>.
- [DPD96] Hannu Huhdanpaa David P. Dobkin. The quickhull algorithm for convex hulls. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 1996.
- [Gas14] Rocco Gasteiger. *Visual Exploration of Cardiovascular Hemodynamics*. PhD thesis, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2014.
- [HE90] Ernst P. Mücke Herbert Edelsbrunner. A technique to cope with degenerate cases in geometric algorithms. *ACM Transactions on Graphics*, 1990.
- [HE94] Ernst P. Mücke Herbert Edelsbrunner. Three-dimensional alpha shapes. *ACM Transactions on Graphics*, 1994.
- [Hei16] Christian Heinrich. Wie Ärzte ein gehirn-aneurysma behandeln, 2016. URL: <http://www.apotheken-umschau.de/Aneurysma/Wie-Aerzte-ein-Gehirn-Aneurysma-behandeln-512227.html>.
- [Hub16] Pascale Huber. Aneurysma, 2016. URL: <http://www.netdokter.de/krankheiten/aneurysma/>.
- [Meu15] Monique Meuschke. Computergestützte analyse von verwirbelungen in 4d pc-mri blutflussdaten der aorta. Master’s thesis, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2015.
- [MLKP16] Monique Meuschke, Kai Lawonn, Benjamin Köhler, and Bernhard Preim. Clustering of Aortic Vortex Flow in Cardiac 4d PC-MRI Data. *Bildverarbeitung für die Medizin (BVM)*, 2016.
- [Neu14] Mathias Neugebauer. *Computergestützte Exploration von Blutfluss in zerebralen Aneurysmen - Geometrische Verarbeitung und interaktive Visualisierung*. PhD thesis, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2014.
- [PN10] J.T. Powell P.E. Norman. Site specificity of aneurysmal disease. *Circulation*, 2010.
- [Sun06] Ying Sun. *Surface Reconstruction using Gamma Shapes*. PhD thesis, University of Alabama at Birmingham, 2006.
- [TKFD17] Mariette Yvinec Tran Kai Frank Da, Sébastien Lorient. Cgal 4.10 - 3d alpha shapes, 2017. URL: [http://doc.cgal.org/latest/Alpha\\_shapes\\_3/index.html](http://doc.cgal.org/latest/Alpha_shapes_3/index.html).

# Statement of Authorship / Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Masterarbeit selbstständig und ausschließlich unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe.

Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Stellen sind als solche kenntlich gemacht.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form weder einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt oder noch anderweitig veröffentlicht.

---

Unterschrift

---

Datum